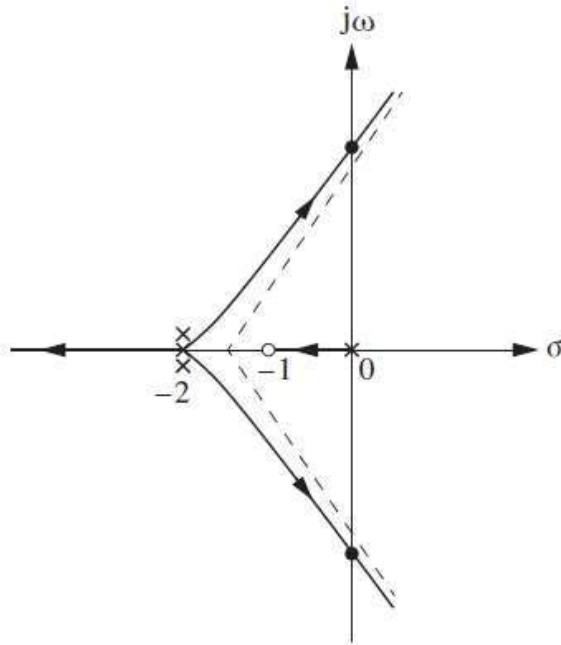


## פתרון מבחן בקרה 711913-2017

### שאלה 1

באיור לשאלה 1 נתון המ.ג.ש. של מערכת בקרה.



- א. רשום את הביטוי של פונקציית התמסורת בחוג פתוח של מערכת הבקרה הזו, כפונקציה של  $K$ .
- ב. מהו תחום הערכים של  $K$  שעבורו המערכת תהיה יציבה?
- ג. מצא את נקודות החיתוך של המ.ג.ש. עם הציר המדומה.

## פתרון 1

א. 4 קטבים ואפס אחד

$$GH(s) = \frac{K(s+1)}{s(s+2)^3}$$

ב.

$$Q(s) = s(s+2)^3 + K(s+1) = s^4 + 6s^3 + 12s^2 + (8+K)s + K$$

$s^4$	1	12	$K$
$s^3$	6	$8+K$	
$s^2$	$a$	$K$	
$s^1$	$b$		
$s^0$	$K$		

$$a = \frac{6 \cdot 12 - (8+K)}{6} = \frac{64-K}{6} > 0 \Rightarrow K < 64$$

$$b = \frac{\frac{64-K}{6}(8+K) - 6K}{\frac{64-K}{6}} = \frac{-K^2 + 20K + 512}{64-K} > 0$$

$$-K^2 + 20K + 512 > 0 \Rightarrow -14.7 < K < 34.74$$

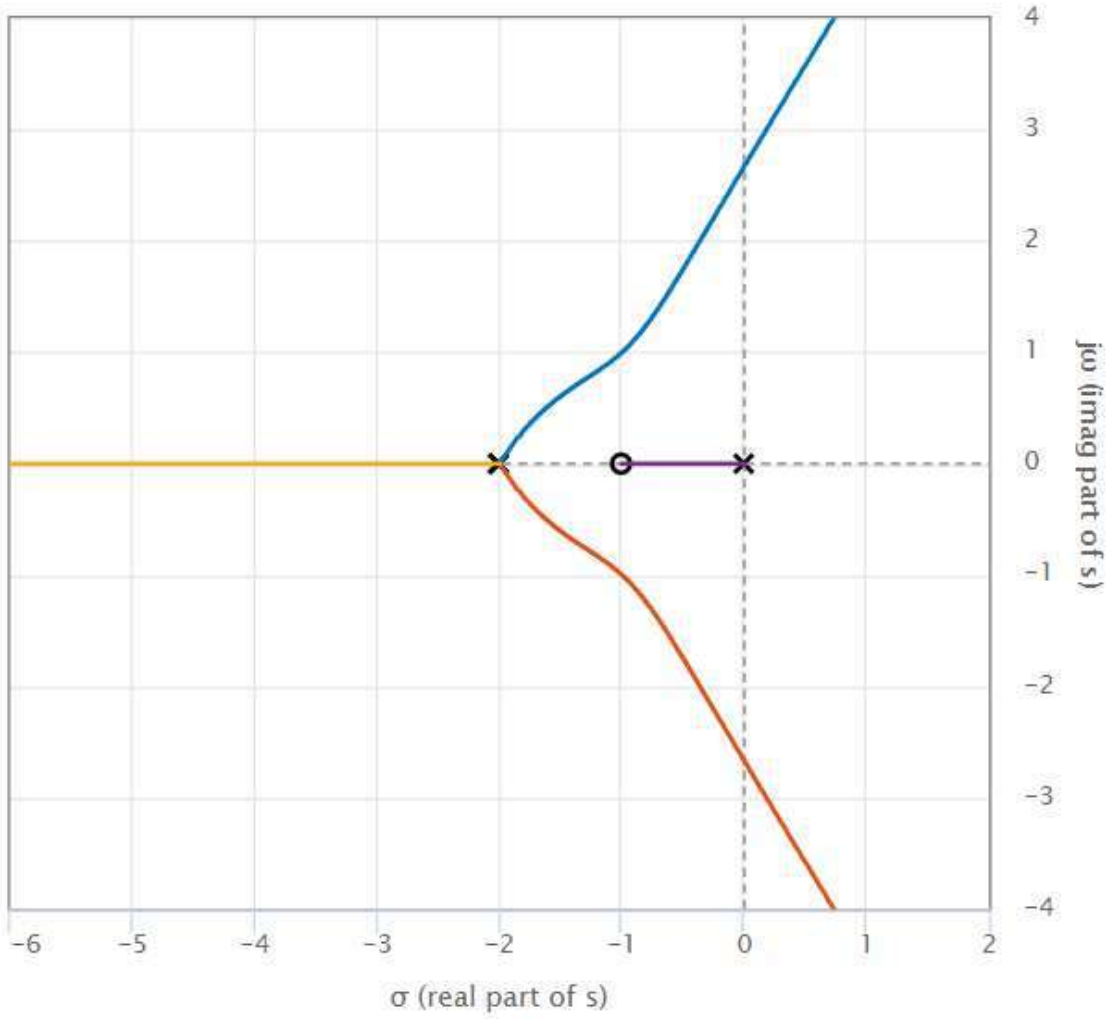
משני התנאים נקבל:  $0 < K < 34.74$ ג. מהשורה של  $s^3$  בראוט נקבל נקודת החיתוך עם ציר מדומה

$$6s^3 + (8+K_C)s = s(6s^2 + (8+34.74)) = 0 \Rightarrow s = \pm j2.67$$

דרך ב - אפשר גם לפתור לפי השורה של  $s^2$ 

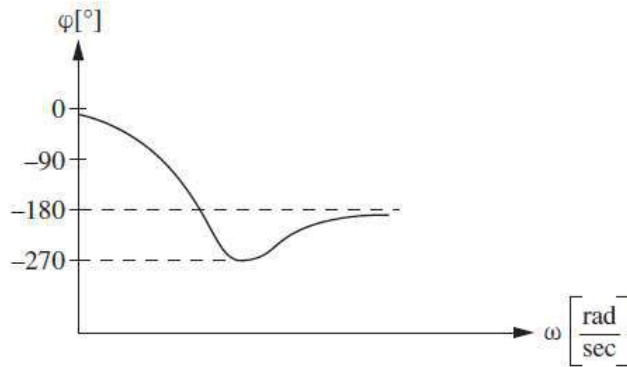
$$as^2 + K_C = \frac{64-K_C}{6}s^2 + K_C = \frac{64-34.74}{6}s^2 + 34.74 = 0 \Rightarrow s = \pm j2.67$$

## שרטוט מדויק



## שאלה 2

באיור לשאלה 2 נתון גרף בודה של המופע של מערכת בקרה עם משוב יחידה, כפונקציה של התדר הזוויתי  $\omega$ .



איור לשאלה 2

א. איזה ביטוי מבין השלושה שלהלן מתאים לייצג את ההגבר של מערכת הבקרה הזו? נמק את תשובתך.

$$1. \quad G(s) = \frac{K(s+2)}{(s+1)(s+3)(s+5)}$$

$$2. \quad G(s) = \frac{K(s+20)}{s(s+1)(s+3)}$$

$$3. \quad G(s) = \frac{K(s+20)}{(s+1)(s+2)(s+5)}$$

עבור הביטוי של  $G(s)$  שבחרת:

- ב. מצא את תחום הערכים של  $K$  שעבורו מערכת הבקרה הזו יציבה.
- ג. נתון:  $K = 1$ . סרטט על הנייר החצי-לוגריתמי שבנספח לשאלה 2, זה מתחת לזה בהתאמה, גרפי בודה אסימפטוטיים של ההגבר והמופע של מערכת הבקרה הזו, כפונקציה של התדר הזוויתי  $\omega$ .
- ד. היעזר בגרפים שסרטטת בסעיף ג', וקבע האם קיים ערך של  $K$ , שעבורו עודף ההגבר יהיה 30 dB. אם כן – חשב אותו, אם לא – נמק את קביעתך.

## פתרון 2

א. פונקציה 3

פונקציה 2 לא מתאימה, כי יש קוטב בראשית והזווית במקרה זה אמורה להתחיל מ- (-90)

פונקציה 3 מתאימה כי האפס גדול מכל ערכי הקטבים, כלומר קודם הזווית יורדת לכוון (-270) עבור 3 קטבים ולאחר מכן האפס מתקן את הזווית לערך (-180)

ב.

$$Q(s) = (s + 1)(s + 2)(s + 5) + K(s + 20) = s^3 + 8s^2 + (17 + K)s + (10 + 20K)$$

$s^3$	1	$17 + K$
$s^2$	8	$10 + 20K$
$s^1$	$\frac{8(17 + K) - (10 + 20K)}{8}$	
$s^0$	10 + 20K	

$$\frac{8(17 + K) - (10 + 20K)}{8} = \frac{126 - 12K}{8} > 0 \Rightarrow K < 10.5$$

$$10 + 20K > 0 \Rightarrow K > -0.5$$

$$-0.5 < K < 10.5 \quad \text{משני התנאים :}$$

ג. שרטוט גרף בודה

$$GH(j\omega) = \frac{20 + j\omega}{(1 + j\omega)(2 + j\omega)(5 + j\omega)}$$

$$\theta = \tan^{-1} \frac{\omega}{20} - \tan^{-1} \frac{\omega}{1} - \tan^{-1} \frac{\omega}{2} - \tan^{-1} \frac{\omega}{5}$$

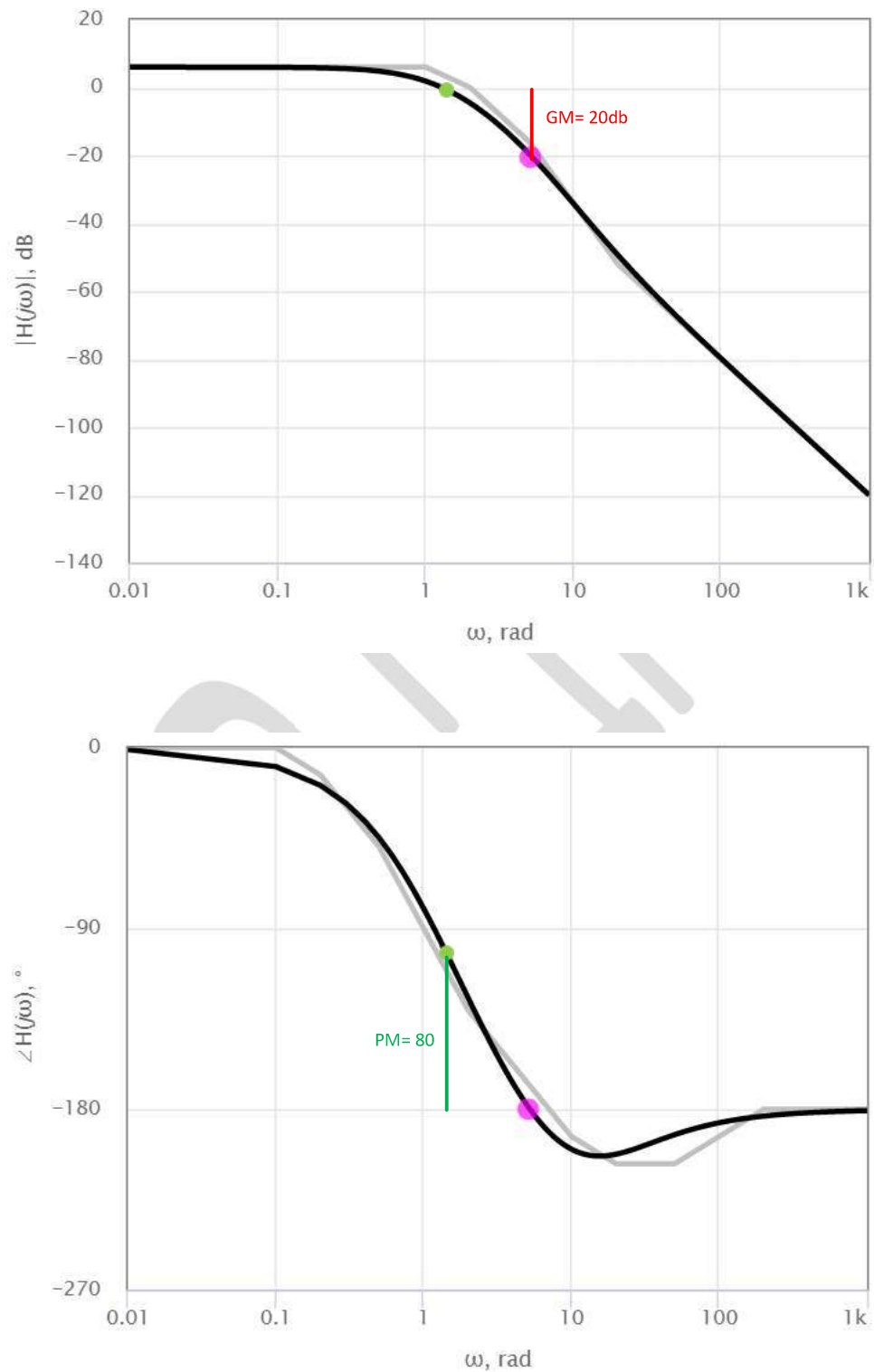
נשרטט מתדר  $\omega = 0.1 \text{ rad/s}$  גרף אסימפטומטי (נציב 0 בכל הקטבים והאפסים)

$$GH_{(0.1)} = 20 \log \frac{20}{1 \cdot 2 \cdot 5} = 6 \text{ db}$$

נציב בטבלה מספר נקודות לשרטוט גרף המופע

$\omega$	0.1	0.2	0.5	1	2	5	10	20	50	100	1000
$\theta$	-9	-18	-45	-80	-124	-178	-200	-202	-193	-187	-181

## שרטוט גרף

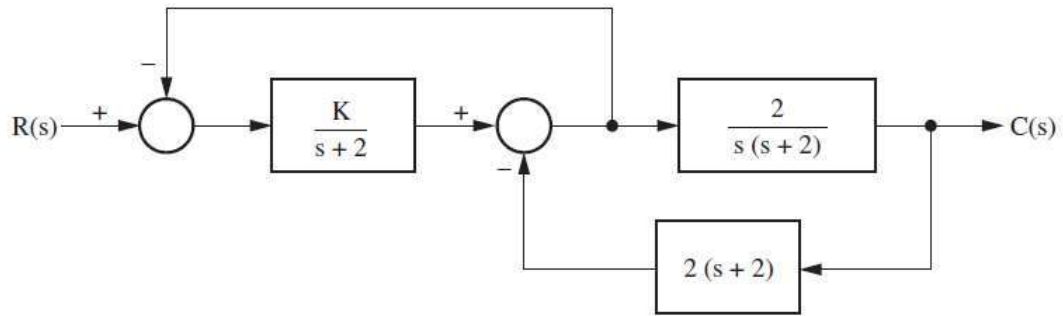


ד. מהגרף עודף ההגבר שווה ל-  $20\text{db}$ , כדי להגיע עודף הגבר של  $30\text{db}$  צריך להוריד את ההגבר הקיים ( $K=0\text{db}$  או  $K=1$ ) ב- $10\text{db}$

$$K_{db} = 0 - 10\text{db} = 20\log K \Rightarrow K = 0.316$$

## שאלה 3

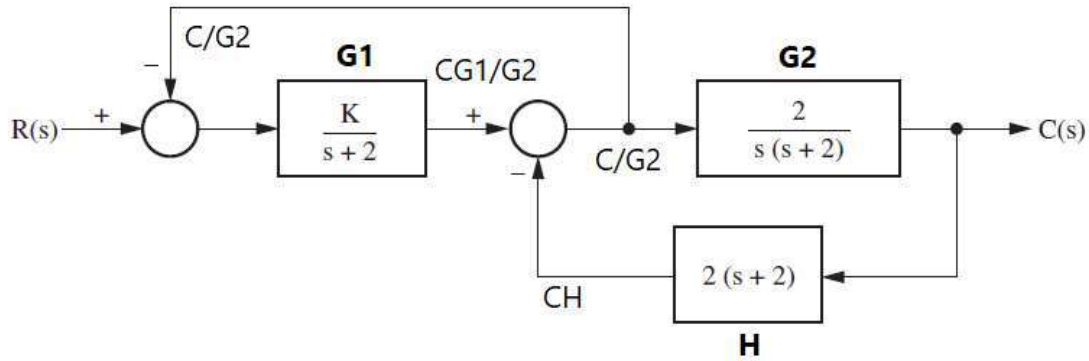
באיור לשאלה 3 נתון תרשים מלבנים של מערכת בקרה.



## איור לשאלה 3

- א. מצא את פונקציית התמסורת של המערכת,  $\frac{C}{R}(s)$ .
- ב. חשב את תחום הערכים של  $K$  שעבורו המערכת תהיה יציבה.
- ג. נתון:  $K = 5$ . מספקים למערכת אות־מבוא של מדרגת יחידה. חשב את תגובת המערכת במצב היציב,  $C_{ss}$ .

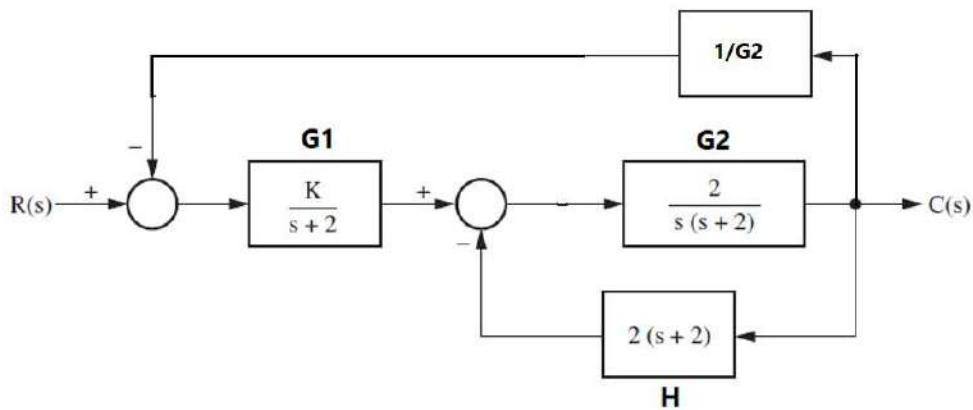
א. שיטת signal



$$\left(R - \frac{C}{G_2}\right) G_1 - CH = \frac{C}{G_2}$$

$$RG_1 = \frac{C}{G_2} + CH + \frac{CG_1}{G_2} = C \frac{1 + G_2H + G_1}{G_2}$$

$$\frac{C}{R} = \frac{G_1 G_2}{1 + G_2H + G_1}$$

שיטה נוספת של העברת צומת – נעביר את צומת מלפני  $G_2$  לאחריי  $G_2$ 

$$\frac{C}{R} = \frac{G_1 \cdot \frac{G_2}{1 + G_2H}}{1 + G_1 \cdot \frac{G_2}{1 + G_2H} \cdot \frac{1}{G_2}} = \frac{G_1 G_2}{1 + G_2H + G_1}$$

$$\begin{aligned} \frac{C}{R}(s) &= \frac{\frac{K}{s+2} \cdot \frac{2}{s(s+2)}}{1 + \frac{2 \cdot 2(s+2)}{s(s+2)} + \frac{K}{s+2}} = \frac{2K}{s(s+2)^2 + 4(s+2)^2 + Ks(s+2)} \\ &= \frac{2K}{s^3 + (8+K)s^2 + (20+2K)s + 16} \end{aligned}$$



$$\begin{array}{rcl}
 s^3 & 1 & 20 + 2K \\
 s^2 & 8 + K & 16 \\
 s^1 & \frac{(8 + K)(20 + 2K) - 16}{8 + K} & \\
 s^0 & 16 & 
 \end{array}$$

$$8 + K > 0 \Rightarrow K > -8$$

$$\frac{(8 + K)(20 + 2K) - 16}{8 + K} = \frac{2K^2 + 36K + 144}{8 + K} > 0 \Rightarrow K < -12 \text{ או } K > -6$$

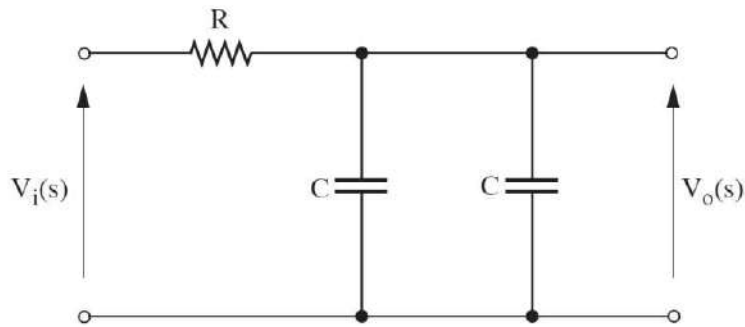
משני התנאים :  $K > -6$

ג.

$$C_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot C(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot \frac{1}{s} \cdot \frac{2K}{s^3 + (8 + K)s^2 + (20 + 2K)s + 16} = \frac{2K}{16} = \frac{10}{16} = 0.625$$

## שאלה 4

באיור לשאלה 4 נתון מעגל חשמלי.



איור לשאלה 4

- א. רשום ביטוי לפונקציית-התמסורת של המעגל,  $\frac{V_o(s)}{V_i(s)}$ , באמצעות  $C$  ו- $R$ .
- ב. ברגע  $t = 0$  מתקבלת במבוא המעגל מדרגת-מתח של  $1\text{ V}$ . רשום ביטוי המתאר את מתח-המוצא כפונקציה של הזמן,  $V_o(t)$ .
- ג. סרטט, זה מתחת לזה בהתאמה, את מתח-המבוא  $V_i$  ואת מתח-המוצא  $V_o$  כפונקציה של הזמן. ציין בסרטוטך את הערך ההתחלתי של כל אחד מהמתחים.
- ד. נתון:  $R = 10\text{ k}\Omega$  ו- $C = 10\text{ }\mu\text{F}$ . כעבור כמה זמן יהיה המתח במוצא המעגל מחצית ממתח-המבוא?

## פתרון 4

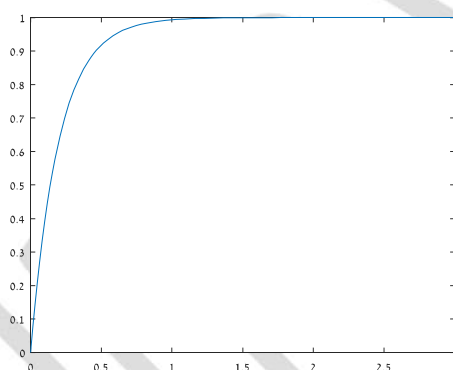
א. שני הקבלים במקביל לכן הקיבול השקול שלהם  $2C$

$$\frac{V_o}{V_i}(s) = \frac{\frac{1}{s \cdot 2C}}{R + \frac{1}{s \cdot 2C}} = \frac{1}{2sRC + 1} = \frac{1/2RC}{s + 1/2RC}$$

ב. עבור כניסת מדרגה

$$V_o(t) = \frac{1}{\frac{1}{2RC}} \cdot \frac{1}{2RC} \cdot (1 - e^{-1/2RC}) = 1 - e^{-1/2RC}$$

ג. שרטוט מוצא



ד. חישוב הזמן  $t$

$$V_o(t) = 1 - e^{-t/2RC} = 1 - e^{-t/2 \cdot 10K \cdot 10\mu} = 1 - e^{-t/0.2} = 0.5$$

$$t = -0.2 \cdot \ln(0.5) = 0.1386 \text{ sec}$$