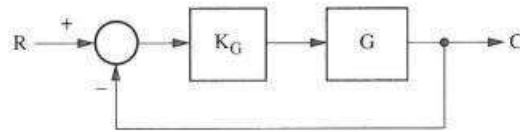


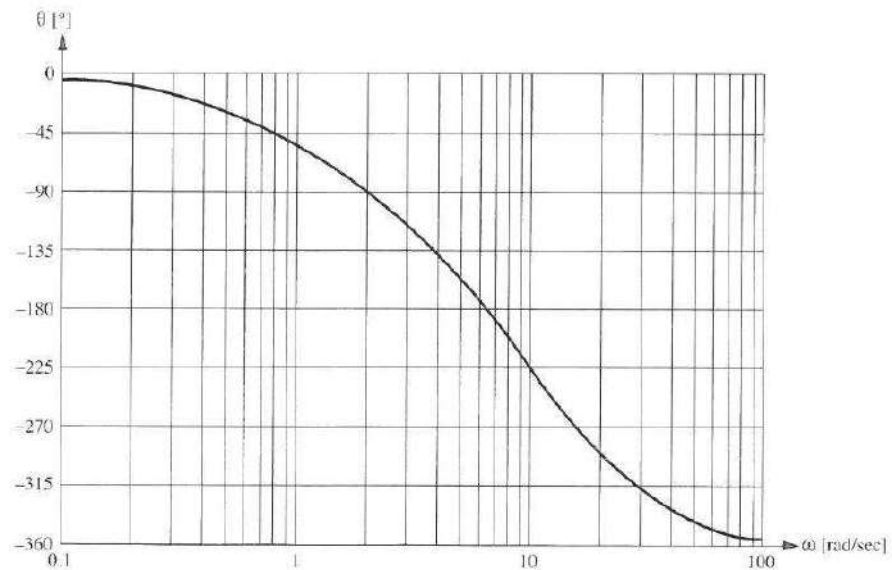
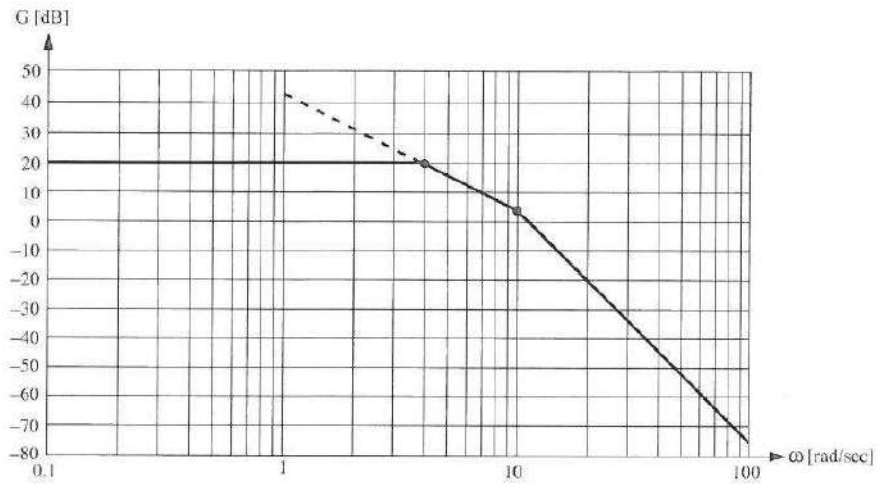
פתרון בקרה 711913 2021

שאלה 1

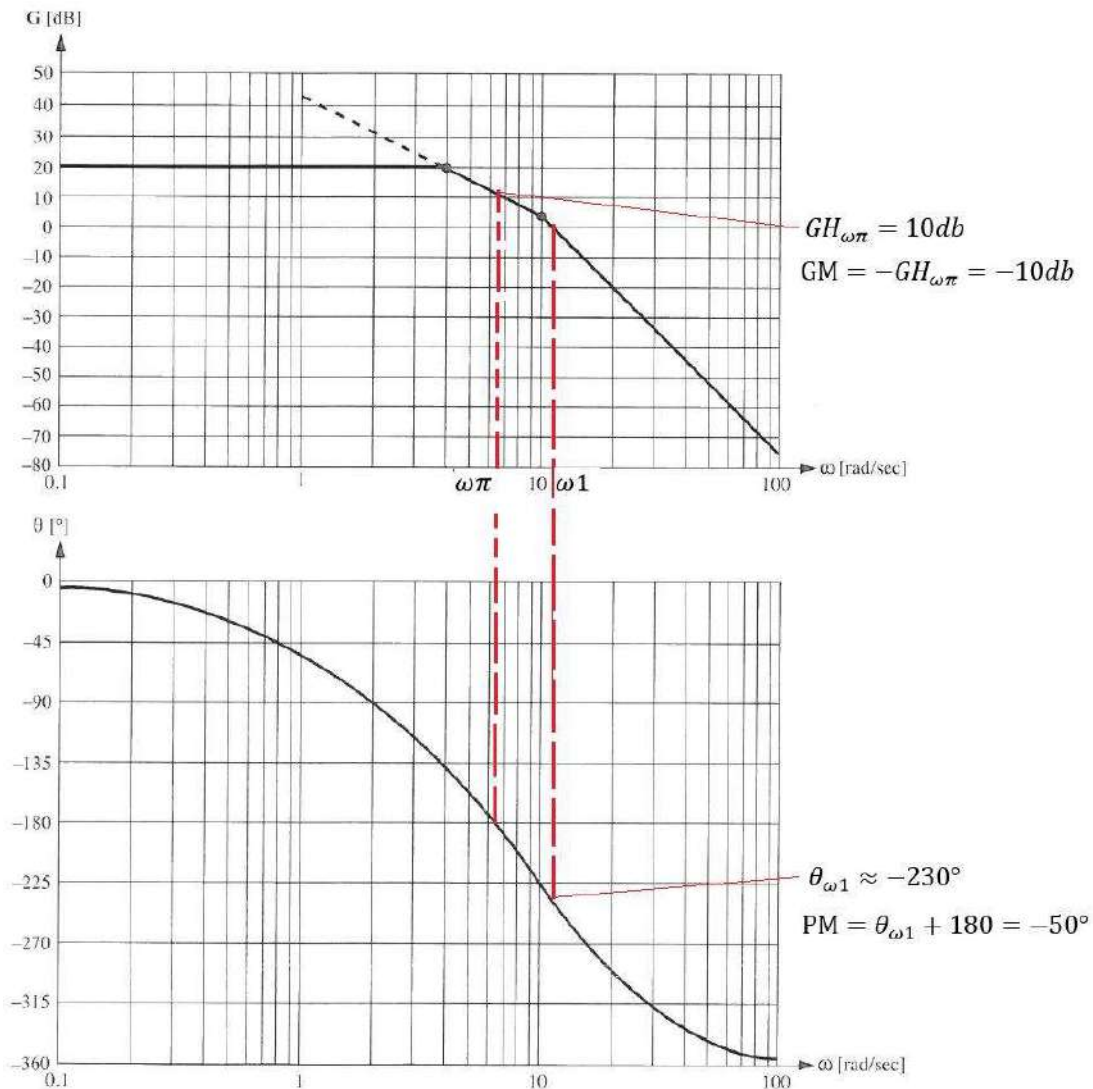
- א. (10 נק') .בנספח לשאלה 1 נתונים גרפי בודה בחוג פתוח של מערכת בקרה בעלת משווא יחידה, הפועלת בחוג סגור.
 1. (5 נק') מצא, מתוך הגרפים שבנספח, את עודף ההגבר בקירוב ואת עודף המופע בקירוב של המערכת.
 2. (5 נק') האם מערכת בקרה זו יציבה? נמק את תשובתך.
 ב. (8 נק') מצא, מתוך הגרפים שבנספח, את פונקציית התמסורת של מערכת הבקרה, $G(s)$.
 ג. (7 נק') למערכת הבקרה הוסיפו מגבר, K_G , כמתואר באיור לשאלה 1. חשב את ערכו של K_G , שעבורו עודף ההגבר של המערכת יהיה של 30 db.



איור לשאלה 1



תשובה 1



א. מתוך הגרפים

1.

$$GH_{\omega_1} = 0\text{db} \rightarrow \theta_{\omega_1} \approx -230^\circ$$

עודף מופע

$$PM = \theta_{\omega_1} + 180 = -230 + 180 = -50^\circ$$

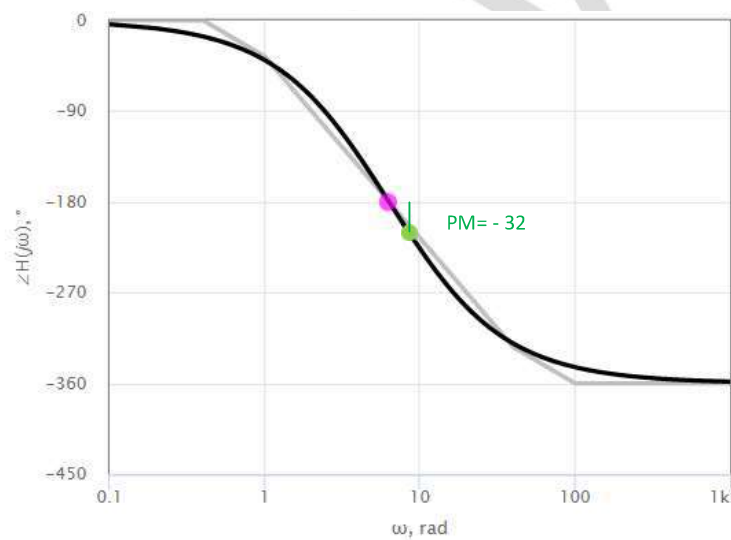
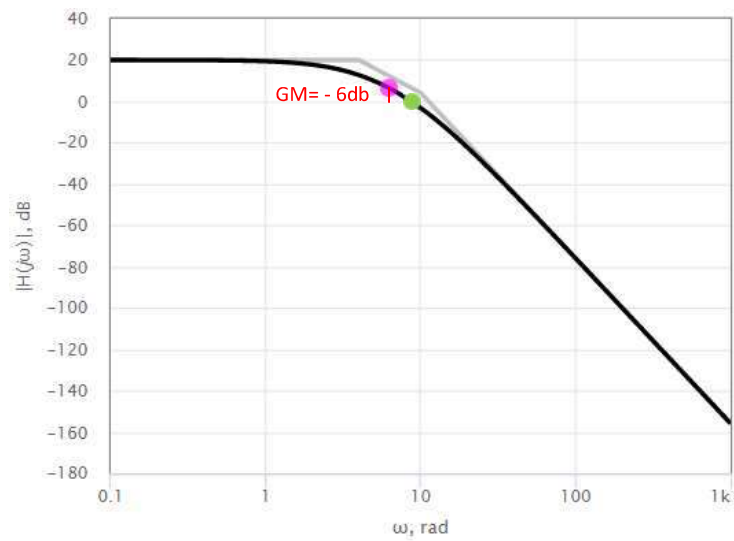
$$\theta_{\omega\pi} = -180^\circ \rightarrow GH_{\omega\pi} = 10\text{db}$$

עודף הגבר

$$GM = -GH_{\omega\pi} = -10\text{db}$$

2. מערכת לא יציבה – עודף הגבר שלילי

עבור גרף מדויק , נקבל עודף הגבר $GM = -6\text{db}$ ועודף מופע $PM = -32^\circ$



ב.

$$GH(s) = \frac{K}{(s+4)^2(s+10)^2}$$

$$20 \log \frac{K}{4^2 \cdot 10^2} = 20 \rightarrow \frac{K}{1600} = 10$$

$$K = 16000$$

$$GH(s) = \frac{16000}{(s+4)^2(s+10)^2} = \frac{10}{(1+s/4)^2(1+s/10)^2}$$

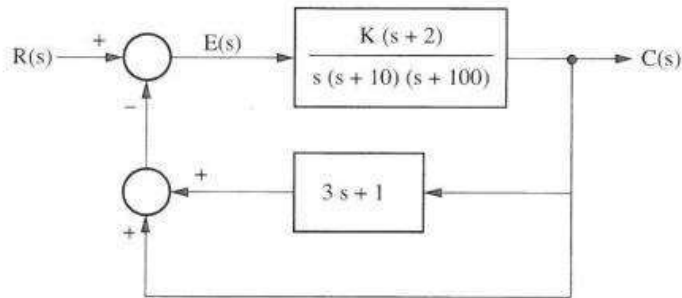
ג. עודף קיים הוא -10db , כדי להביא את המערכת לעודף של 30db יש צורך להוריד את ההגבר ב- 40db

$$20 \log K_G = -40\text{db}$$

$$K_G = 0.01$$

שאלה 2

באיור לשאלה 2 נתון תרשים מלבנים של מערכת בקרה.



איור לשאלה 2

- א. (10 נק') מצא את פונקציית התמסורת של מערכת הבקרה, $\frac{C}{R}(s)$.
- ב. (7 נק') קבע את סוג המערכת ואת סדר המערכת.
- ג. (5 נק') חשב את שגיאת המערכת במצב המתמיד עבור אות מבוא מסוג שיפוע יחידה, אם ידוע כי $K = 1,000$.
- ד. (3 נק') חשב את תחום הערכים של K , שעבורו המערכת תהיה יציבה.

תשובה 2

א.

$$G = \frac{K(s+2)}{s(s+10)(s+100)} \quad H = 3s + 1 + 1 = 3s + 2$$

$$\frac{C}{R}(s) = \frac{G}{1+GH} = \frac{\frac{K(s+2)}{s(s+10)(s+100)}}{1 + \frac{K(s+2)(3s+2)}{s(s+10)(s+100)}}$$

$$\frac{C}{R}(s) = \frac{K(s+2)}{s(s+10)(s+100) + K(s+2)(3s+2)}$$

$$\frac{C}{R}(s) = \frac{K(s+2)}{s^3 + (110 + 3K)s^2 + (1000 + 8K)s + 4K}$$

- ב. סדר המערכת – 3 (3 קטבים)
סוג המערכת – 1 (1 קוטב בראשית של החוג הפתוח)
- ג.

$$K_V = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot \frac{K(s+2)(3s+2)}{s(s+10)(s+100)} = \frac{K(2)(2)}{(10)(100)} = 4$$

$$e_{ss} = \frac{1}{K_V} = 0.25$$

.ד

$$s^3 + (110 + 3K)s^2 + (1000 + 8K)s + 4K$$

$$\begin{array}{rcl} s^3 & 1 & 1000 + 8K \\ s^2 & 110 + 3K & 4K \\ s^1 & a & \\ s^0 & 4K & \end{array}$$

$$a = \frac{(110 + 3K)(1000 + 8K)}{110 + 3K} = \frac{24K^2 + 3876K + 110000}{110 + 3K} > 0$$

$$\begin{aligned} 24K^2 + 3876K + 110000 > 0 &\rightarrow K > -36.73 \text{ או } K < -124.76 \quad \bullet \\ 110 + 3K > 0 &\rightarrow K > -36.66 \quad \bullet \\ K > 0 &\quad \bullet \end{aligned}$$

חיתוך כל התנאים : $K > 0$

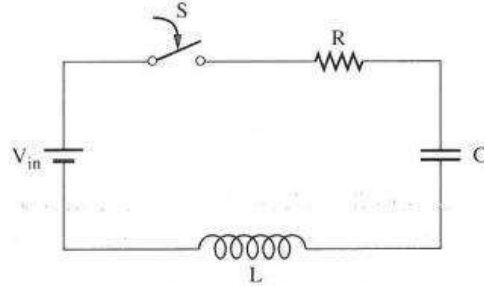
שאלה 3

באיור לשאלה 3 מתואר מעגל RLC, המורכב מנגד, מסליל ומקבל. המעגל כולל מקור מתח ישר, V_{in} .

$$\text{נתונים: } V_{in} = 5 \text{ V}, L = 0.01 \text{ H}, C = 0.01 \text{ F}, R = 5 \Omega$$

פונקציית התמסורת המתארת את הקשר בין המתח על הקבל ובין מתח המקור היא:

$$\frac{V_C(s)}{V_{in}(s)} = \frac{1}{LCs^2 + RCs + 1}$$



איור לשאלה 3

המפסק S היה פתוח זמן רב מאוד. בזמן $t = 0$ סוגרים את המפסק.

א. (5 נק') חשב את ההגבר הסטטי (במצב המתמיד) של פונקציית התמסורת.

ב. (5 נק') חשב את התדר הטבעי ואת מקדם הריסון של המעגל.

ג. (5 נק') חשב מה יהיה המתח על-פני הקבל זמן רב לאחר סגירת המפסק.

מקסימום את התנגדות הנגד במעגל פי 5.

ד. (5 נק') חשב את ההגבר הסטטי, את מקדם הריסון ואת התדר הטבעי שיתקבלו במעגל החדש.

ה. (5 נק') האם הקטנת ההתנגדות של הנגד פי 5 תשפיע על מקדם הריסון של המעגל ועל אופי התגובה של המעגל לשינוי מדרגה? נמק את תשובתך.

תשובה 3

א.

$$\frac{V_C}{V_{in}}(s) = \frac{1}{LCs^2 + RCs + 1} = \frac{1}{10^{-4}s^2 + 0.05s + 1} = \frac{10^4}{s^2 + 500s + 10^4} = \frac{K \cdot \omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$

$$K=1 \text{ סטטי}$$

ב.

$$\omega_n = \sqrt{10^4} = 100 \text{ rad/s}$$

$$2\zeta\omega_n = 500 \rightarrow \zeta = 2.5$$

$$V_{C_{ss}} = V_{in} = 5V \quad \text{ג.}$$

$$R=1 \quad \text{ד.}$$

$$s^2 + 100s + 10^4 = s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2$$

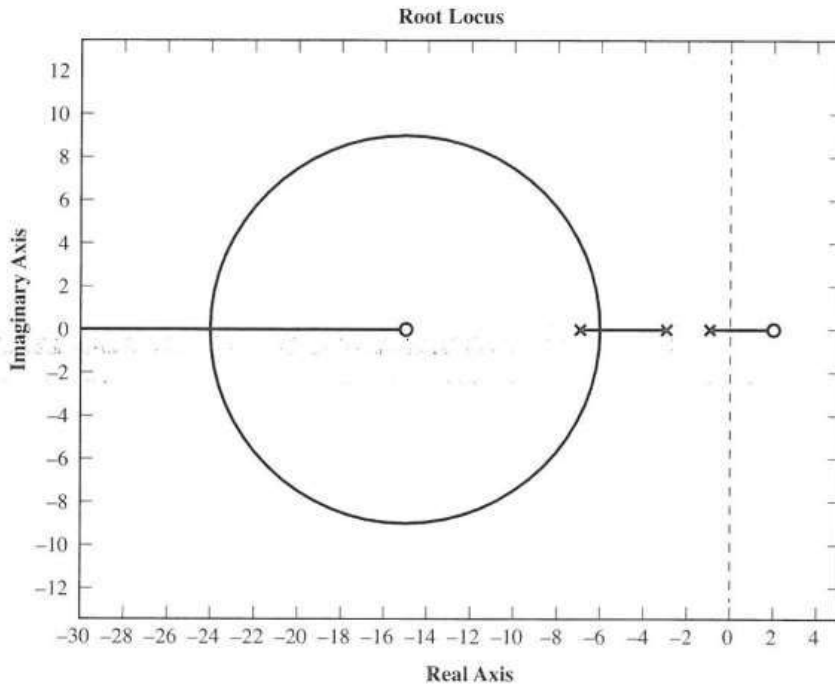
$$\omega_n = \sqrt{10^4} = 100 \text{ rad/s}$$

$$2\zeta\omega_n = 100 \rightarrow \zeta = 0.5$$

ה. כן, מקדם הריסון קטן מ-1 לכן יהיו תנודות

שאלה 4

באיור לשאלה 4 נתונה דיאגרמת המג"ש (Root Locus) של מערכת בקרה הפועלת בחוג סגור.



- 10 נק' א. מצא את פונקציית התמסורת של מערכת הבקרה.
- 5 נק' ב. האם ייתכן שלמערכת זו יהיה קוטב ב" $(-8 + j8)$? נמק את תשובתך.
- 5 נק' ג. האם מערכת זו תהיה יציבה עבור כל הגבר חיובי? נמק את תשובתך.
- 5 נק' ד. מספקים בכניסה למערכת אות מדרגה. האם ייתכן שתגובת המערכת בחוג סגור תהיה ללא תנודות? נמק את תשובתך.

תשובה 4

א. מתוך הגרף הנתון, פונקציית התמסורת בחוג הפתוח:

$$GH = \frac{K(s-2)(s+15)}{(s+1)(s+3)(s+7)}$$

ב.

$$(s+1)(s+3)(s+7) + K(s-2)(s+15) = 0$$

נקודה $s = -8 + j8$

$$K = \frac{-(s+1)(s+3)(s+7)}{(s-2)(s+15)} = \frac{-(-7+j8)(-5+j8)(-1+j8)}{(-10+j8)(7+j8)} = 5.58 - j2.015$$

הנקודה לא נמצאת על מסלול RL כי צריך ש-K יהיה ממשי וחיובי

דרך נוספת, בצורה גרפית, מתוך הגרף רואים שהנקודה לא נמצאת על המסלול.

ג. לא – הקוטב $s = -1$ נע לכיוון האפס הנמצא במישור הימני שבו המערכת לא יציבה.

ד. כן, יש תחום של K שבו הקטבים לא מרוכבים ולכן לא יהיו תנודות עבור תחום זה.

Root Locus of $G(s)H(s)$ 