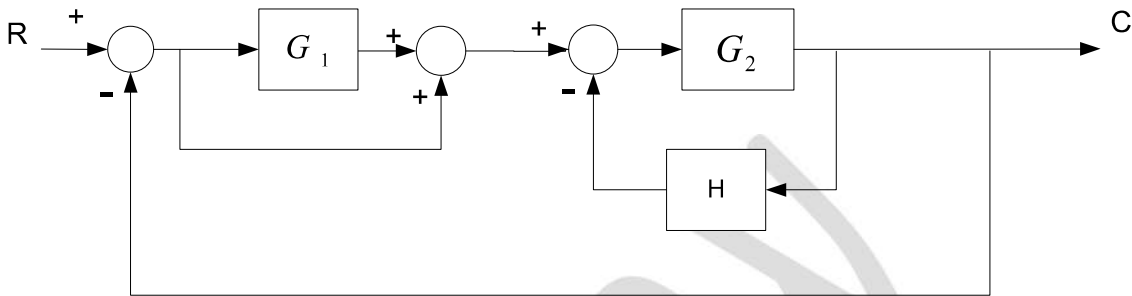


תרגילים בבקרה

מלבנים

שאלה 1

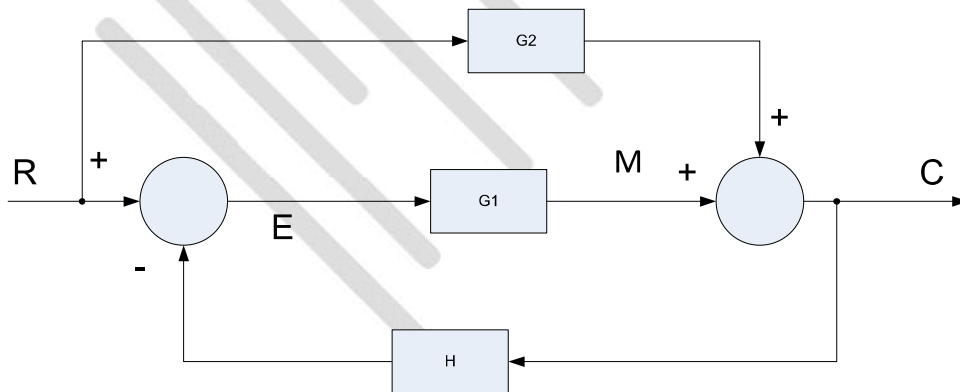
נתונה מערכת הבקרה



מצא את פונקציית התמסורת בחוג סגור $\frac{C}{R}$ בתלות ב- G_1, G_2, H

$$\frac{C}{R} = \frac{G_1 G_2 + G_2}{1 + G_2 H + G_1 G_2 + G_2} \quad \text{תשובה:}$$

שאלה 2



א. בטא את C/R באמצעות G_1, G_2, H

ב. נתון: $G_1=10$ $G_2=5$ $H=2$ $R=4$

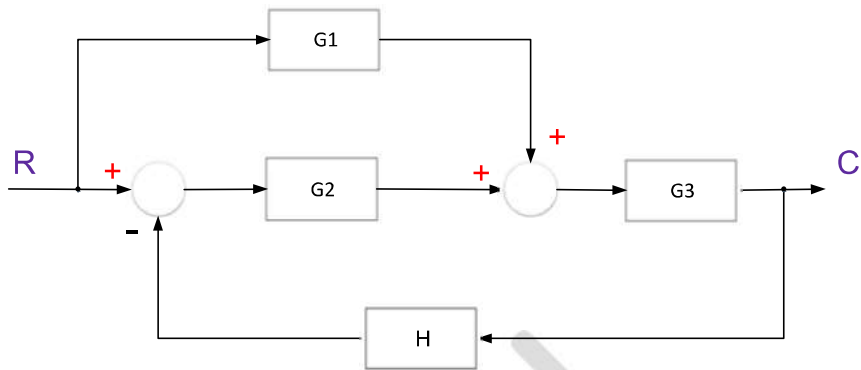
מצא את ערך האותות E ו-M

תשובה

$$\frac{C}{R} = \frac{G_1 + G_2}{1 + G_1 H} \quad \text{א.}$$

$$E = -1.714 \quad M = -17.14 \quad \text{ב.}$$

שאלה 3

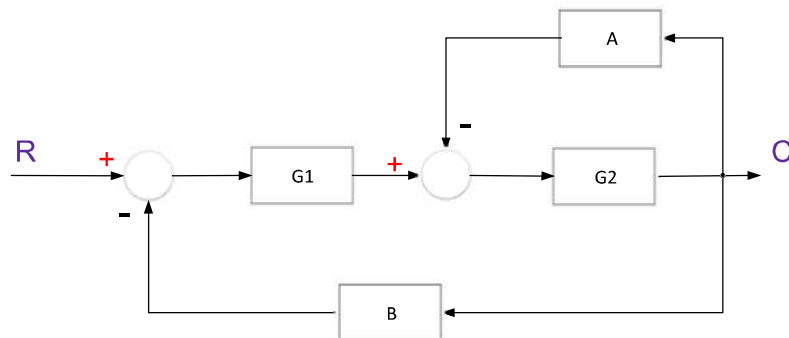
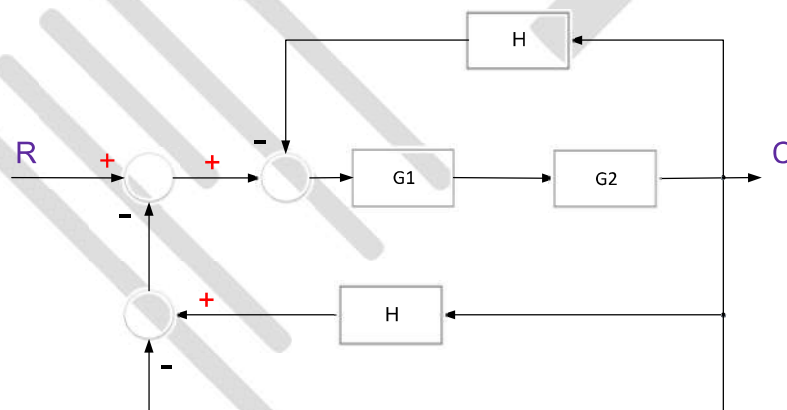
מצא C/R של המערכת הבאה:

$$\frac{C}{R} = \frac{G_1 G_3 + G_2 G_3}{1 + G_2 G_3 H} \quad \text{תשובה :}$$

שאלה 4

נתונות 2 מערכות שוות

מצא את A ו-B



$$B = H - 1 \quad A = G_1 H \quad \text{תשובה :}$$

התמרות לפלס, מעגלים ומשוואות דיפרנציאליות

שאלה 5

נתונות הפונקציות הבאות במישור לפלס, מצא את הפונקציה במישור הזמן

$$G(s) = \frac{s^2 - 10}{s \cdot (s+1)(s+3)} \quad \text{א.}$$

$$G(s) = \frac{s+30}{s \cdot (s+10)^2} \quad \text{ב.}$$

$$F(s) = \frac{5s+1}{(s-3)(s+1)} \quad \text{ג.}$$

$$F(s) = \frac{s-1}{(s^2+2s+5)(s+3)} \quad \text{ד.}$$

תשובה

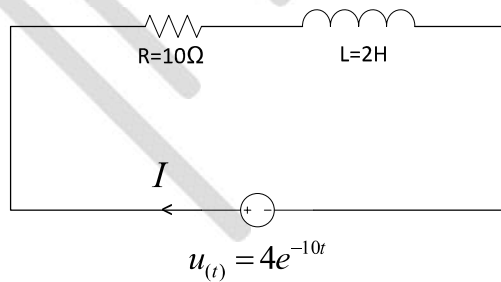
$$g(t) = -\frac{10}{3} + 4.5e^{-t} - \frac{1}{6}e^{-3t} \quad \text{א.}$$

$$g(t) = 0.3 - 2te^{-10t} - 0.3e^{-10t} \quad \text{ב.}$$

$$f(t) = 4e^{3t} + e^{-t} \quad \text{ג.}$$

$$f(t) = \frac{1}{2} \cos(2t) e^{-t} - \frac{1}{2} e^{-3t} \quad \text{ד.}$$

שאלה 6



א. מצא $I(s)$

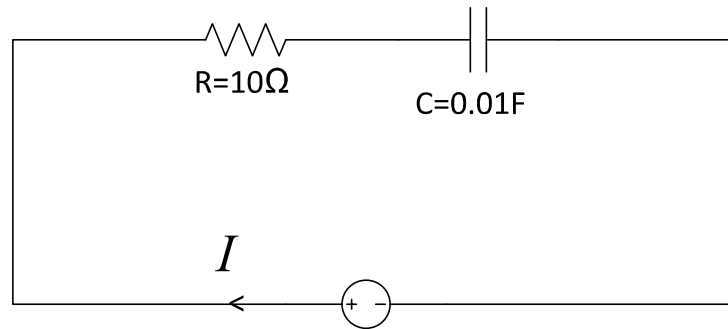
ב. חשב את $i(t)$ בעזרת התמרות לפלאס

תשובה

$$I(s) = \frac{2}{(s+10)(s+5)} \quad \text{א.}$$

$$i(t) = -\frac{2}{5}e^{-10t} + \frac{2}{5}e^{-5t} \quad \text{ב.}$$

שאלה 7



$$u(t) = 4e^{-10t}$$

א. מצא $I(s)$

ב. חשב את $I(t)$ בעזרת התמרות לפלאס

הערה: היגבי הקבל והסליל: $X_{C(s)} = \frac{1}{SC}$ $X_{L(s)} = SL$

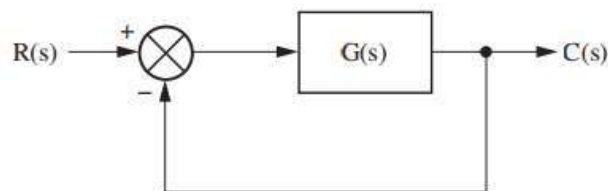
תשובה

א. $I(s) = 0.4 \cdot \frac{s}{(s+10)^2}$

ב. $I(t) = -4te^{-10t} + 0.4e^{-10t}$

שאלה 8

באיור לשאלה 3 נתון תרשים מלבנים של מערכת בקרה, שבה: $G(s) = \frac{s}{s^2 + 2s + 3}$.



איור לשאלה 3

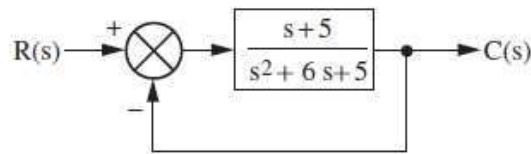
א. רשום ביטוי המתאר את תגובת המערכת כפונקציה של הזמן, $C(t)$, עבור אות-מבוא מדרגה של 5.

ב. סרטט את תגובת המערכת כפונקציה של הזמן עבור אות-מבוא מדרגה של 5.

תשובה: $c(t) = \frac{10}{\sqrt{3}} \sin \frac{\sqrt{3}}{2} t e^{-1.5t}$

שאלה 9

נתונה מערכת בקרה



איור לשאלה 5

- א. מצא את פונקציית התמסורת $\frac{C}{R}(s)$ של מערכת הבקרה הזו.
- ב. ברגע $t = 0$ מתקבל במבוא המערכת אות של מדרגה יחידה.
1. רשום ביטוי המתאר את אות המוצא כפונקציה של הזמן, $C(t)$, עבור אות המבוא הנתון.
 2. חשב את ערכו של אות המוצא כאשר $t = 1 \text{ sec}$.

תשובה

א. $\frac{C}{R}(s) = \frac{s+5}{s^2+7s+10}$

ב. 1. $c(t) = \frac{1}{2}(1 - e^{-2t})$

2. $c(1) = 0.43$

שאלה 10

נתונה המשוואה הדיפרנציאלית הבאה:

 $\delta(t)$ - גל הלם

$$y''(t) + 4y'(t) + 13y(t) = 3\delta(t)$$

$$y'(0) = y(0) = 1$$

פתור את המשוואה (מצא $y(t)$) באמצעות התמרות לפלס.

תשובה: $y(t) = 2.236 \cdot e^{-2t} \cdot \sin(3t + 26.56^\circ)$

שאלה 11

א. נתונה המשוואה הדיפרנציאלית, מצא $y(t)$

$$y'(t) + 2y(t) = 3 \cdot e^{-2t}$$

$$y(0) = -1$$

ב. מצא y בזמנים: $t=0$, $t=1$, $t=\infty$

תשובה: $y(t) = e^{-2t}(3t - 1)$

שאלה 12

נתונה המשוואה הדיפרנציאלית הבאה:

$$y''(t) + 4y'(t) + 13y(t) = 3\delta(t)$$

$$y'(0) = y(0) = 1$$

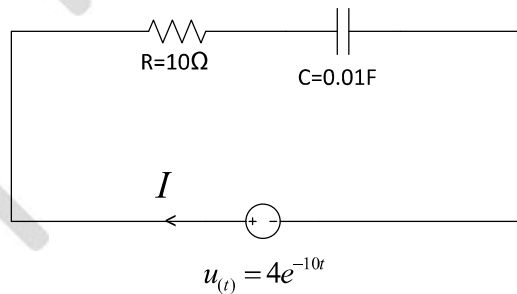
פתור את המשוואה (מצא $y(t)$) באמצעות התמרות לפלס.

תשובה

$$y(t) = 2.236 \cdot e^{-2t} \cdot \sin(3t + 26.56^\circ)$$

שאלה 13

נתונה המעגל הבא: נתון זרם התחלתי במעגל $I_{(0)} = 0.1 A$



א. רשום את המשוואה הדיפרנציאלית של הזרם במעגל

ב. פתור את המשוואה (מצא את הזרם $I(t)$)

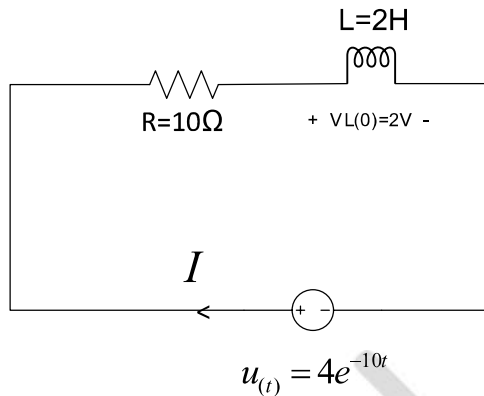
תשובה

א. $\frac{di(t)}{dt} + 10i(t) = -4e^{-10t}$

ב. $I(t) = -4te^{-10t} + 0.1e^{-10t}$

שאלה 14

במעגל הבא, נתון מתח התחלתי של הסליל $V_L(0) = 2V$



א. רשום את המשוואה הדיפרנציאלית של הזרם במעגל ואת תנאי ההתחלה.

ב. פתור את המשוואה (מצא את הזרם $I(t)$) באמצעות התמרות לפלאס.

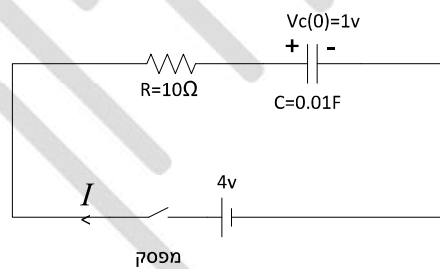
תשובה

$$\frac{di(t)}{dt} + 5i(t) = 2e^{-10t} \quad I_{(0)} = 0.2 \quad \text{א.}$$

$$I(t) = \frac{3}{5}e^{-5t} - \frac{2}{5}e^{-10t} \quad \text{ב.}$$

שאלה 15

נתון המעגל הבא: בזמן $t=0$ המפסק נסגר ומתח הקבל הוא $1V$ לפי הקוטביות בשרטוט



א. רשום את המשוואה הדיפרנציאלית המתארת את הזרם במעגל מרגע סגירת המפסק.

ב. מצא את הזרם ההתחלתי במעגל.

ג. פתור את המשוואה באמצעות התמרות לפלאס (מצא את הזרם $I(t)$).

ד. שרטט את הזרם כפונקציה לזמן- t .

תשובה

$$\frac{di(t)}{dt} + 10i(t) = 0 \quad \text{א.}$$

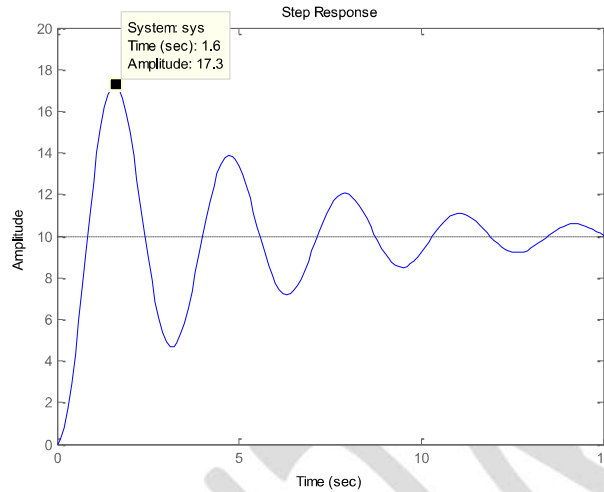
$$I_{(0)} = 0.3 \quad \text{ב.}$$

$$I(t) = 0.3e^{-10t} \quad \text{ג.}$$

מערכת מסדר שני

שאלה 16

נתונה תגובה של מערכת לאות מדרגת בכניסה בעוצמה של 10



- א. מצא מהגרף את התדירות הטבעית- ω_n ומקדם הריסון- ξ
- ב. רשום את פונקציית התמסורת של המערכת $\frac{C}{R}(s)$
- ג. רשום את ביטוי המוצא בתלות בזמן $c(t)$ (העזר בטבלאות התמרה)

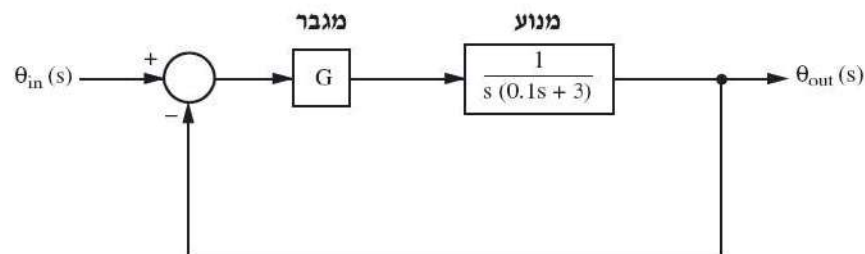
תשובה

א. $\xi = 0.1 \quad \omega_d = 1.96 \left[\frac{rad}{s} \right] \quad \omega_n = 1.97 \left[\frac{rad}{s} \right]$

ב. $\frac{C}{R}(s) = \frac{3.88}{s^2 + 0.394s + 3.88}$

שאלה 17

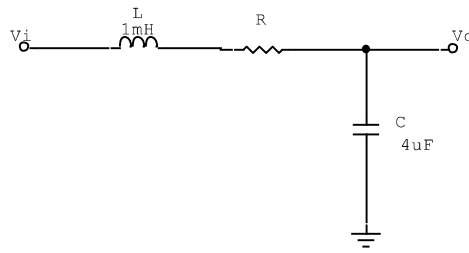
באיור לשאלה נתון תרשים מלבנים של מערכת לבקרת זווית הסיבוב של מנוע.



- א. מה צריך להיות ערכו של G , כך שתתקבל מערכת בקרה בעלת מקדם ריסון $\zeta = 0.5$
- ב. שרטט את אות המוצא וחשב את ערכים: M_p , t_p עבור כניסת מדרגת יחידה.

תשובה א. $G=90$

שאלה 18



א. מצא $V_o/V_i(s)$ רשום את הביטוי עם פרמטרים R,L,C

ב. מצא ערך הנגד כדי שמקדם הריסון יהיה 0.5

ג. מצא $V_o(t)$ עבור מדרגה בגודל 10

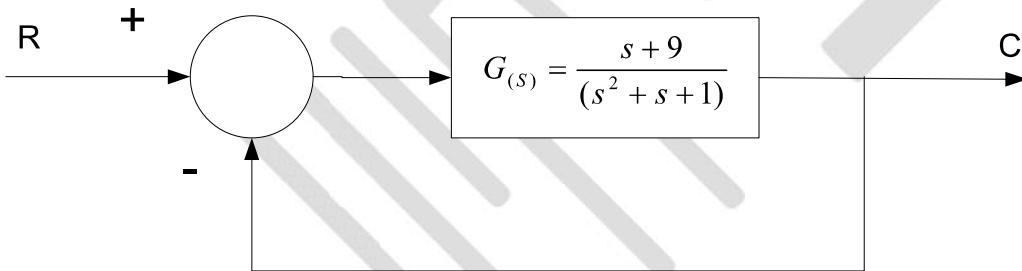
תשובה

$$15 \frac{V_o}{V_i}(s) = \frac{1/LC}{s^2 + \frac{sR}{L} + 1/LC} \quad \text{א.}$$

$$R=15.8 \quad \text{ב.}$$

שאלה 19

נתונה מערכת בקרה הבאה:



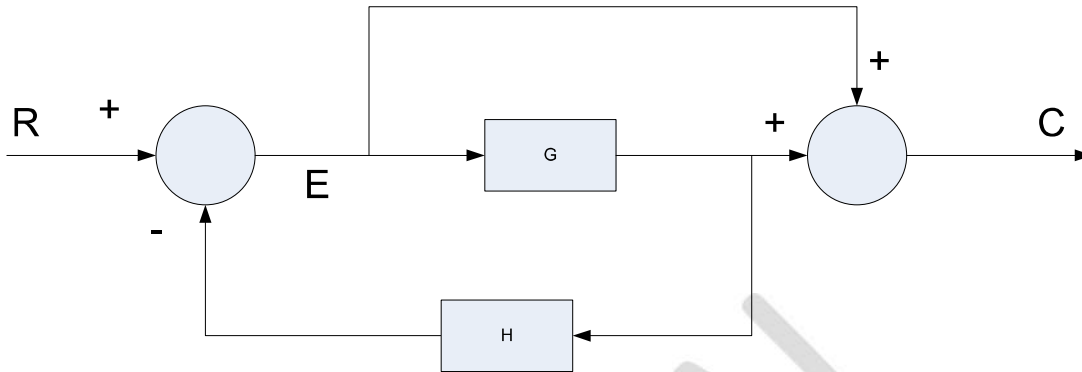
א. מצא $C/R(s)$

ב. מצא $C(t)$ עבור גל הלם

תשובה

$$\frac{C}{R}(s) = \frac{s+9}{s^2+2s+10} \quad \text{א.}$$

$$c(t) = \frac{\sqrt{73}}{3} e^{-t} \sin(3t + 20.55) \quad \text{ב.}$$



א. בטא את C/R באמצעות G, H

נתון: $G_{(s)} = \frac{K}{s \cdot (s+10)^2}$ $H_{(s)} = s + 40$

ב. בדוק תחום K שהמערכת יציבה.

ג. בדוק שגיאה במצב מתמיד עבור גל שיפוע $R(t)=t$ $K=50$

תשובה

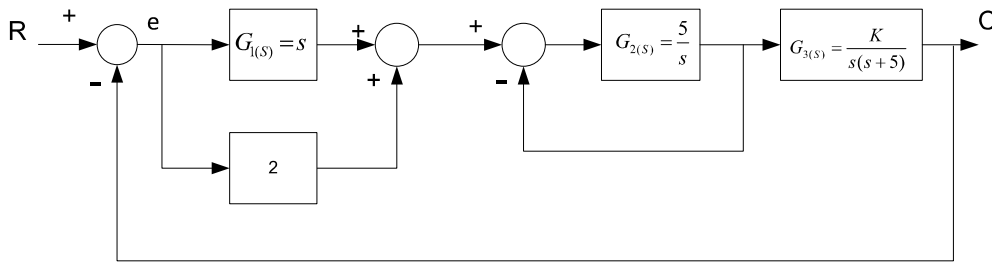
א. $\frac{C}{R} = \frac{G+1}{1+GH}$

ב. $K > 0$

ג. $e_{ss} = 0.05$

שאלה 21

נתונה מערכת הבקרה



א. מצא את פונקציית התמסורת בחוג סגור $\frac{C}{R}(s)$

ב. מצא תחום K שהמערכת יציבה

ג. חשב את השגיאה במצב מתמיד עבור אות מבוא : $R(t) = 3t$ ו- $K=100$

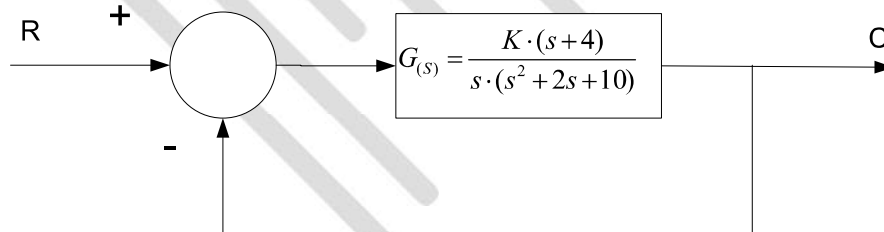
תשובה

א.
$$\frac{C}{R}(s) = \frac{5K(s+2)}{s^2(s+5)+5s(s+5)+5K(s+2)} = \frac{5K(s+2)}{s^3+10s^2+(25+5K)s+10K}$$

ב. $K > 0$

שאלה 22

נתונה מערכת בקרה הבאה:



נתון $K=100$

א. מצא קבועי שגיאה של המערכת : K_p, K_v, K_a

ב. מצא שגיאה במצב מתמיד עבור הגלים הבאים:

1. $R(t)=10$

2. $R(t)=2t$

3. $R(t)=t^2$

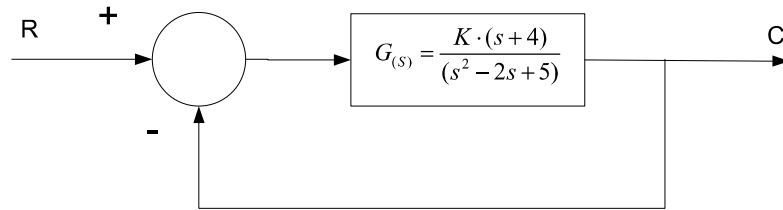
תשובה

א. $K_p=\infty \quad K_v=40 \quad K_a=0$

ב. 1. 0 2. 0.05 3. ∞

שאלה 23

נתונה מערכת בקרה הבאה:



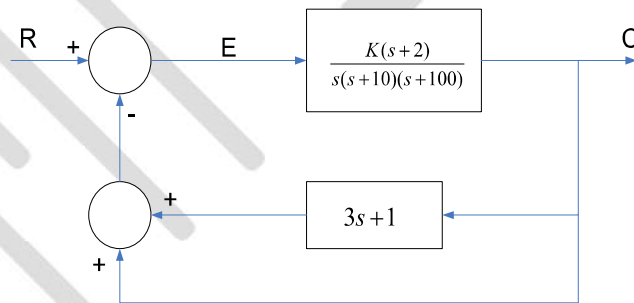
- א. ציין מה סוג המערכת.
- ב. מצא שגיאה במצב מתמיד e_{ss} ומוצא במצב מתמיד c_{ss} עבור אות $R(t)=10$ עבור $K=10$
- ג. מצא תחום K שהמערכת יציבה

תשובה

- א. סוג 0
- ב. $c_{ss}=8.88$ $e_{ss} = 1.11$
- ג. $K > 2$

שאלה 24

נתונה המערכת הבאה:



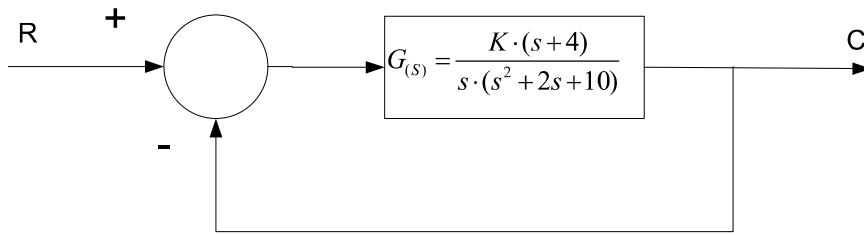
- א. מצא $C/R(s)$
- ב. מצא את השגיאה במצב מתמיד עבור גל שיפוע יחידה עבור $K=1000$
- ג. מצא C במצב מתמיד עבור גל מדרגת יחידה בכניסה.
- ד. מצא תחום K שהמערכת יציבה.

תשובה

- א. $\frac{C}{R}(s) = \frac{K(s+2)}{s^3+(110+3K)s^2+(1000+8K)s+4K}$
- ב. $e_{ss}=1/4$
- ג. מערכת סוג 1, לכן השגיאה 0 עבור מדרגת יחידה. $c_{ss}=1/2$
- ד. $K > 0$

שאלה 25

נתונה מערכת בקרה הבאה:



א. מצא שגיאה במצב מתמיד עבור הגלים הבאים: (נתון $K=100$)

$$R(t)=10$$

$$R(t)=2t$$

$$R(t)=t^2$$

ב. מצא K על מנת שהשגיאה במצב מתמיד עבור גל $R(t)=2t$ תהיה $ess=0.1$

תשובה

א. עבור $R=10$ נקבל שגיאה של 0 (סוג 1)

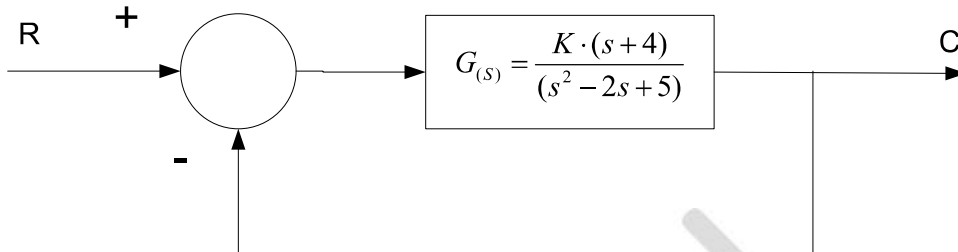
עבור $2t$ נקבל $ess=0.05$

עבור t^2 נקבל $ess=\infty$

ב. $K=50$

ROOT LOCUS**שאלה 26**

נתונה מערכת בקרה הבאה:

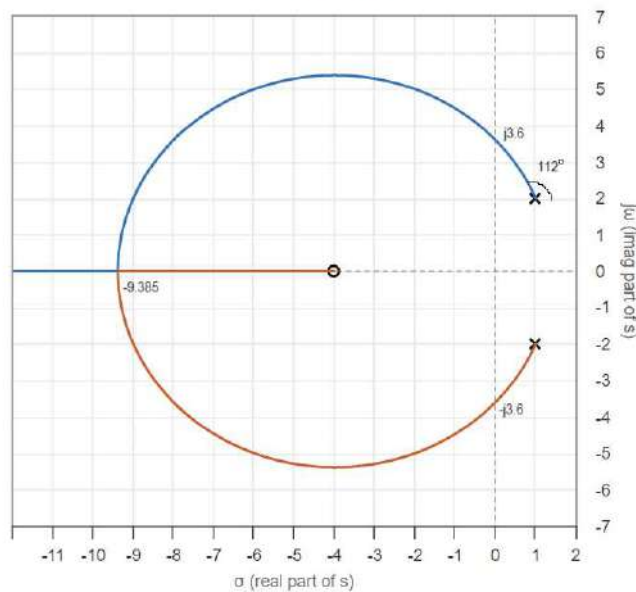


- א. מצא את הקטבים והאפסים של המערכת בחוג הפתוח
 ב. שרטט את המ.ג.ש של המערכת לפי כל הכללים הרלוונטיים
 ג. מצא את הערכים של K עבורם העקום חותך את ציר X ואת ציר Y

תשובה

- א. קטבים: $s_{1,2} = 1 \pm j2$
 אפסים: $s_1 = -4$

ב.

Root Locus of $G(s)H(s)$ 

ג.

K=20.77 חותך ציר X, K=2 חותך ציר Y

שאלה 27

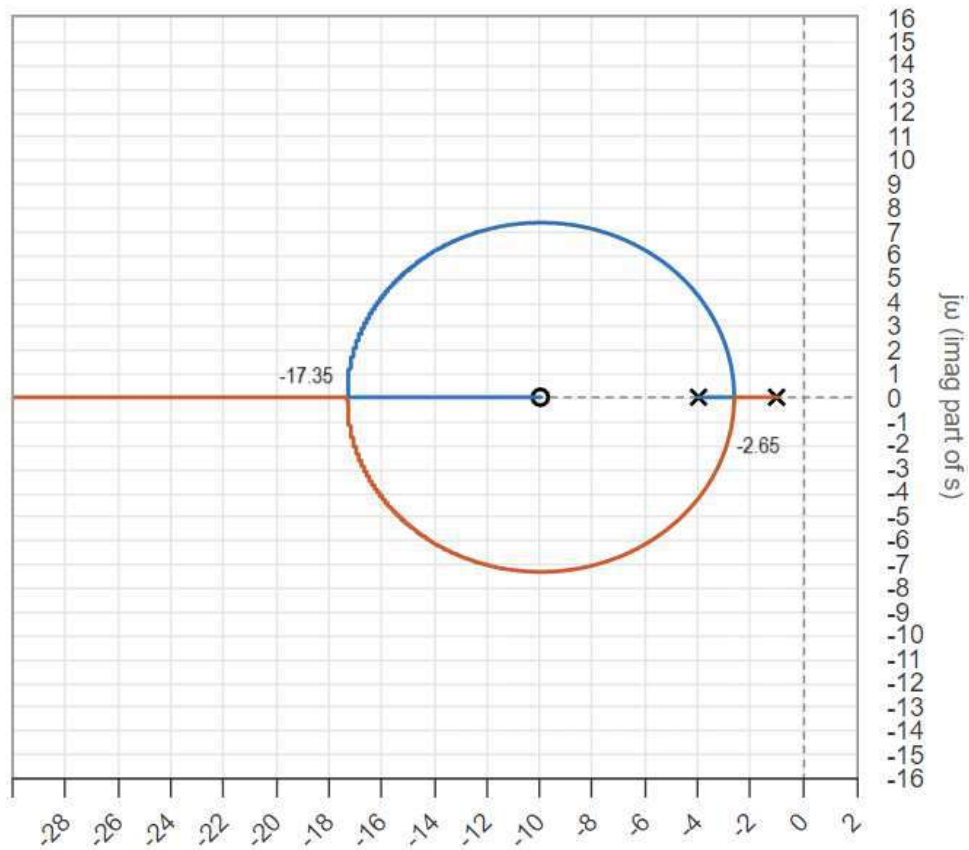
פונקציית התמסורת בחוג פתוח של מערכת בקרה הפועלת בחוג סגור הינה:

$$GH_{(s)} = \frac{k(s+10)}{(s+1)(s+4)}$$

שרטט את המקום ההנדסי של השורשים (R.L). לפי הכללים הרלוונטיים.

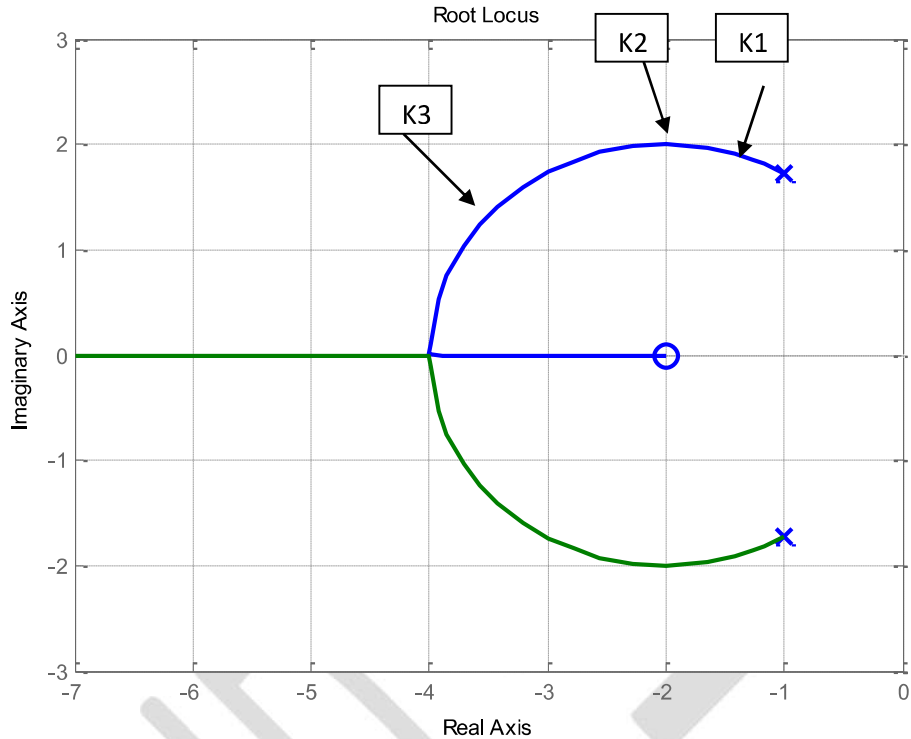
תשובה

Root Locus of G(s)H(s)



שאלה 28

נתון גרף RL של מערכת



- א. רשום את פונקציית התמסורת בחוג פתוח של המערכת.
- ב. חשב זווית היציאה של הקוטב המרוכב העליון.
- ג. עבור איזה ערך של K יש חיתוך עם ציר ה-X (נקודת פגישה).
- ד. עבור איזה K (K_1, K_2, K_3) תדר התנודות הוא הגדול ביותר.
- ה. עבור איזה K (K_1, K_2, K_3) מקדם הריסון הגדול ביותר.

תשובה

א.
$$GH_s = \frac{K(s+2)}{s^2+2s+4}$$

ב. 150°

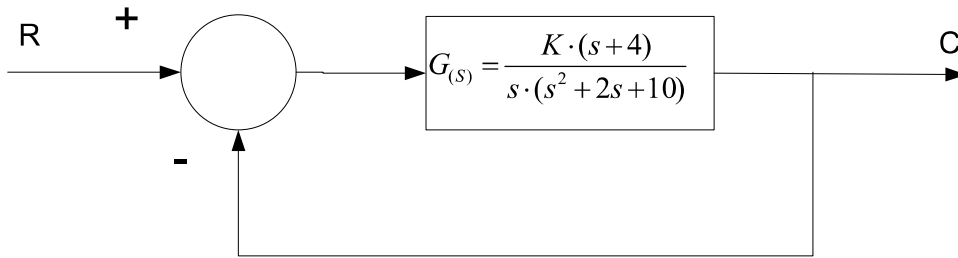
ג. $K=6$

ד. K_2

ה. K_1

שאלה 29

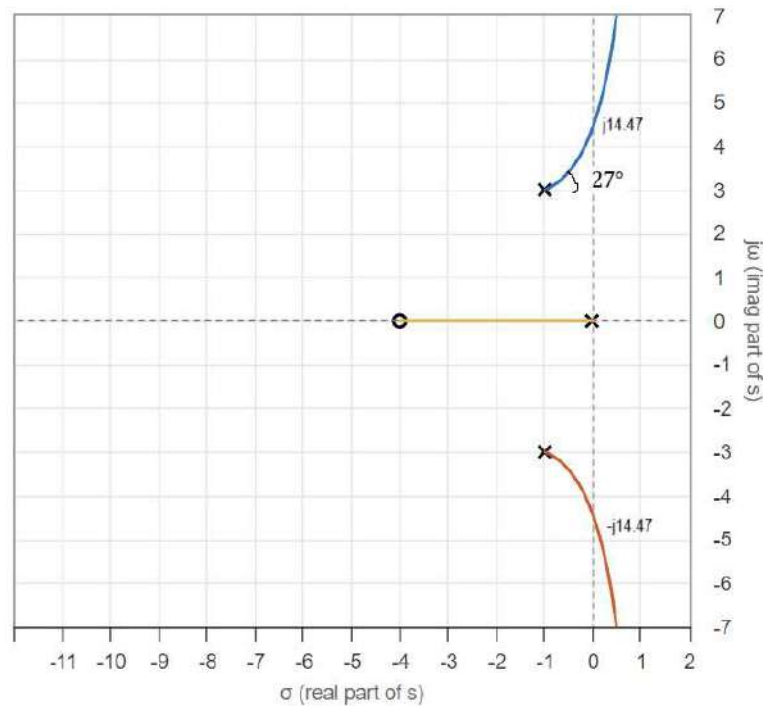
נתונה מערכת בקרה הבאה:



- א. מצא את הקטבים והאפסים של המערכת בחוג פתוח
 ב. שרטט את המ.ג.ש של המערכת לפי כל הכללים הרלוונטיים:
 ג. האם הנקודה $s = -0.5 + j4$ נמצאת על מסלול המגש.

תשובה

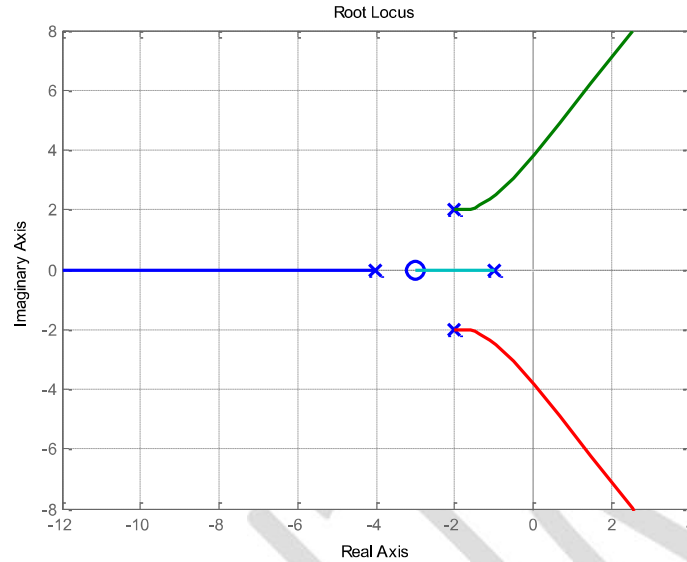
- א. קטבים: $s_{2,3} = -1 \pm j3$ אפסים: $s_1 = 0$
 ב.

Root Locus of $G(s)H(s)$ 

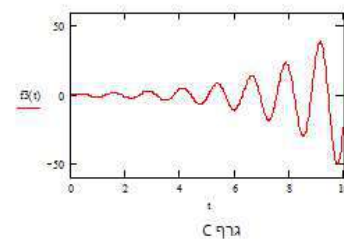
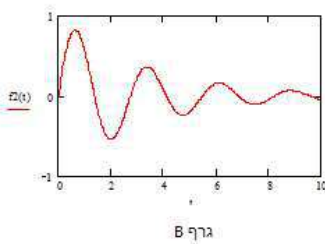
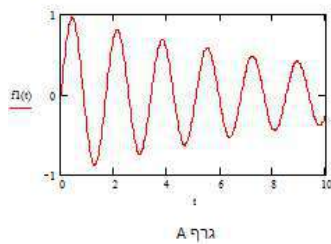
ג. לא נמצאת

שאלה 30

נתון גרף מג"ש של מערכת עבור $K > 0$



- א. רשום את משוואת החוג הפתוח של המערכת $GH(s)$
 - ב. מצא את מרכז האסימפטוטיות וזוויות האסימפטוטיות
 - ג. מצא את K_c - ההגבר בו הגרף חותך את הציר המדומה.
 - ד. נתונים 3 גרפים המתארים את תגובת המערכת לגל הלבם בכניסה עבור הגברים שונים:
 1. $K_1 = 0.5K_c$
 2. $K_2 = 0.8K_c$
 3. $K_3 = 2K_c$
- התאם את הגרפים הבאים עבור 3 ההגברים הנ"ל

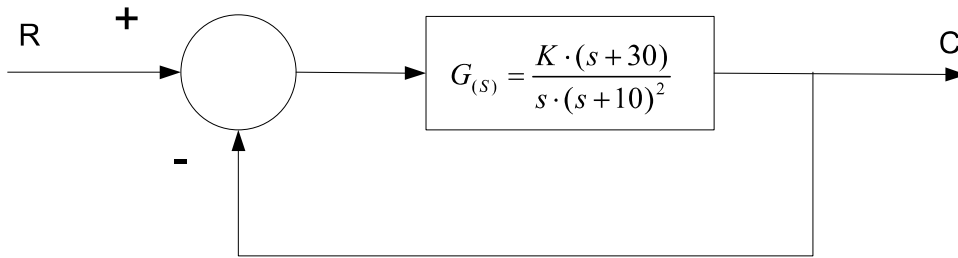


תשובה

- א. $GH_s = \frac{K(s+3)}{(s+1)(s+4)(s^2+4s+8)}$
- ב. $60^\circ, 180^\circ, 300^\circ$
- ג. $K=73$
- ד. 1-B, 2-A, 3-C

שאלה 31

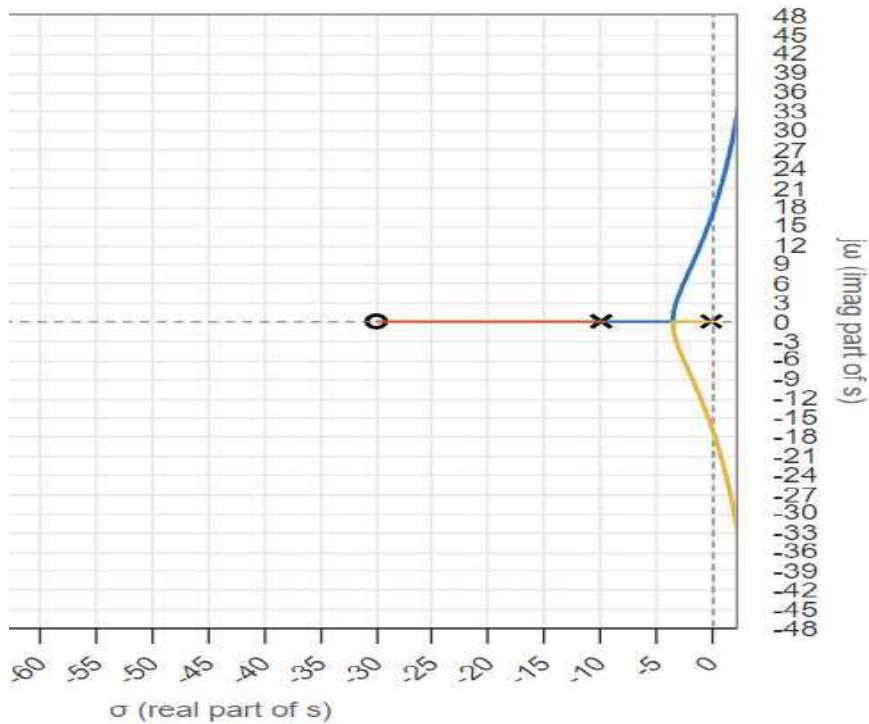
נתונה מערכת בקרה הבאה:



- א. מצא את הקטבים והאפסים של המערכת בחוג פתוח
- ב. שרטט את המ.ג.ש של המערכת לפי כל הכללים הרלוונטיים
 - מסלול על הציר הממשי
 - מרכז אסימפטוטות וזווית יציאת האסימפטוטות
 - נקודות פגישה
 - חיתוך עם ציר $j\omega$
- ג. עבור $K=20$ מצא את מקדם הריסון לפי הקטבים הדומיננטיים.

תשובה

- א. קטבים: $s_{2,3} = -10$ אפסים: $s = -30$
- ב.



בודה**שאלה 32**

נתונה מערכת בקרה :

$$G_{(s)} = \frac{K}{s(s+2)(s+60)}$$

$$H = 1$$

שרטט תרשים בודה אסימפטומטי של ההגבר עבור $K=240$ **שאלה 33**

נתונה מערכת בקרה :

$$G_{(s)} = \frac{K}{s(s+2)(s+6)}$$

$$H = 1$$

שרטט תרשים בודה אסימפטומטי של ההגבר עבור $K=24$ **שאלה 34**

נתונה מערכת בקרה :

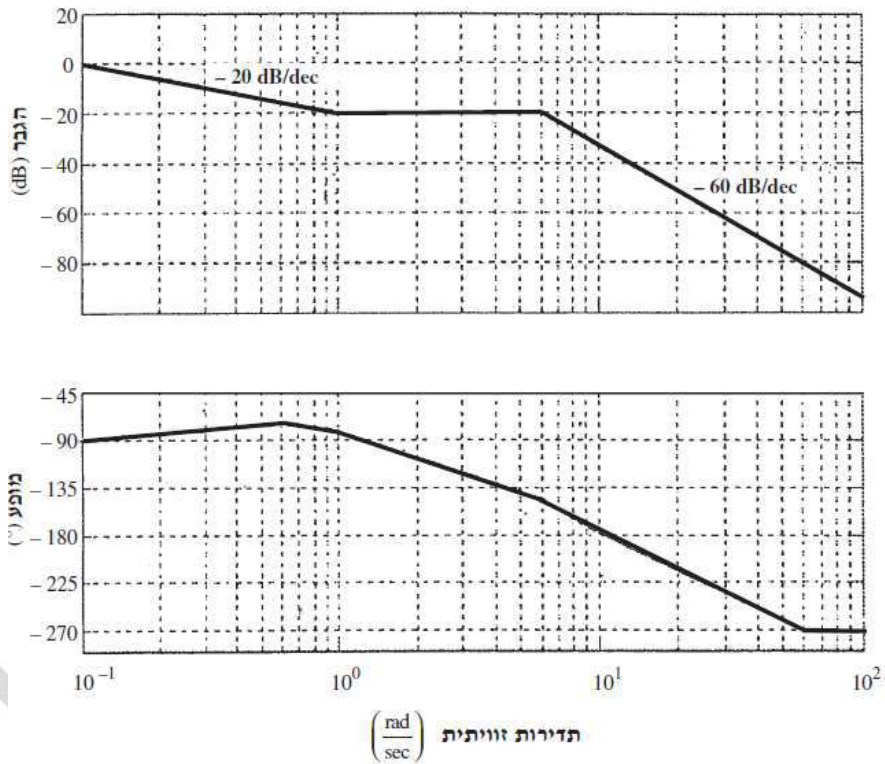
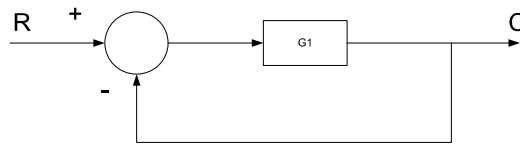
$$G_{(s)} = \frac{100(s+2)}{s^2(s+10)^2}$$

$$H = 1$$

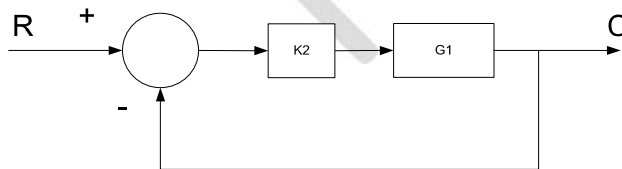
שרטט תרשים בודה של המערכת – הגבר .

שאלה 35

נתונים גרפי בודה אסימפטוטיים בחוג פתוח של מערכת בקרה הפועלת בחוג סגור



- א. מצא מהגרפים את עודף ההגבר ועודף המופע של המערכת וקבע את יציבותה.
- ב. מצא מהגרפים את פונקציית התמסורת של המערכת בחוג פתוח.
- ג. למערכת הבקרה הוסיפו מגבר K_2 לפי האיור הבא :



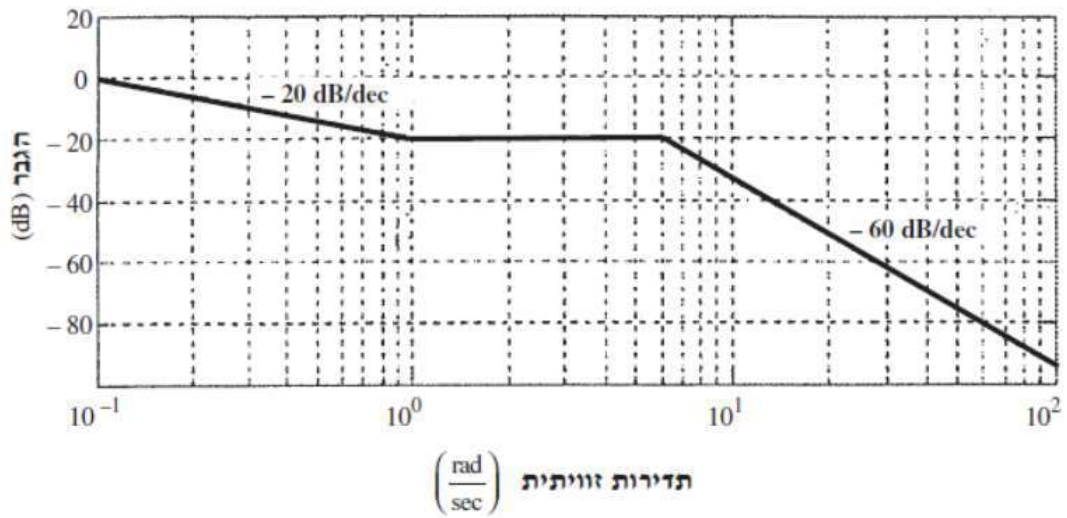
חשב את ערך K_2 , שיביא את מערכת הבקרה למצב קריטי (סף יציבות)

תשובה

- א. $PM=90$ $GM=35db$
- ב. $GH(s) = \frac{24(s+0.9)}{s(s+6)^3}$
- ג. $K_2=56$

שאלה 36

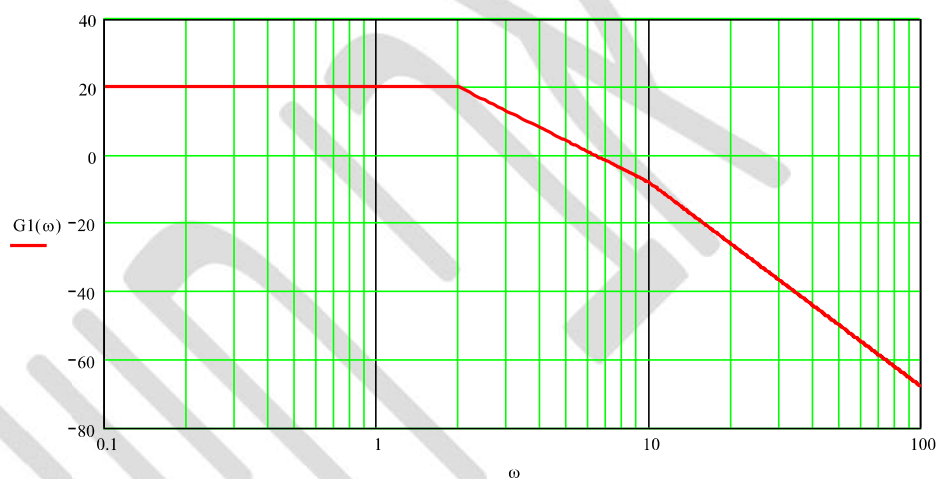
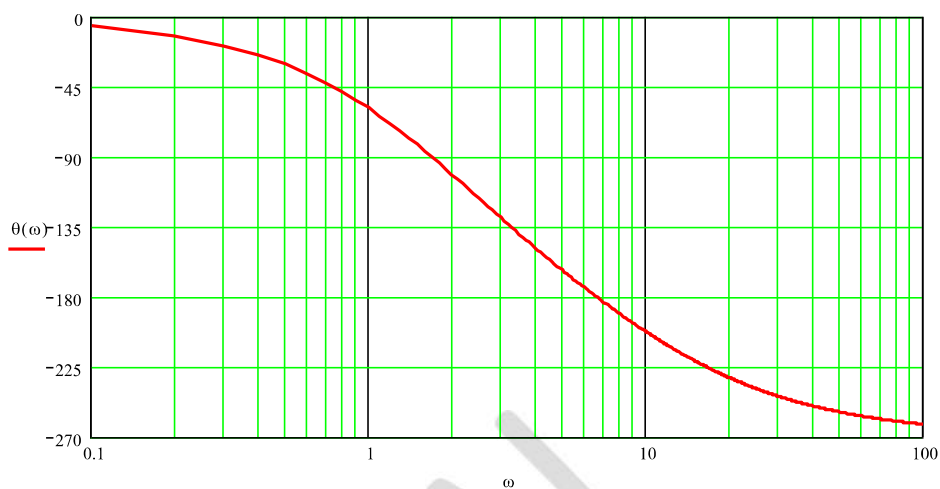
נתון גרף בודה אסימפטומטי של ההגבר בחוג פתוח של מערכת בקרה הפועלת בחוג סגור.



מצא מהגרף את פונקציית התמסורת של המערכת בחוג פתוח GH .

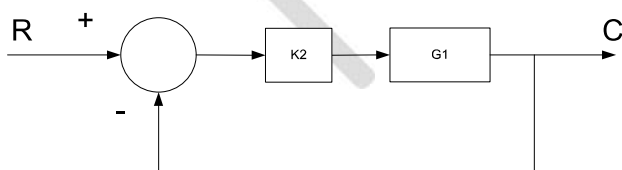
תשובה

$$GH(s) = \frac{K(s+1)}{s(s+6)^3}$$



א. מצא מהגרפים את עודף ההגבר ועודף המופע של המערכת וקבע את יציבותה.

ב. למערכת הבקרה הנ"ל הוסיפו מגבר K_2 לפי האיור הבא :



1. חשב את ערך K_2 , שיביא את מערכת הבקרה לעודף הגבר של 30db

2. חשב את ערך K_2 , שיביא את מערכת הבקרה לעודף מופע של 90 מעלות

תשובה

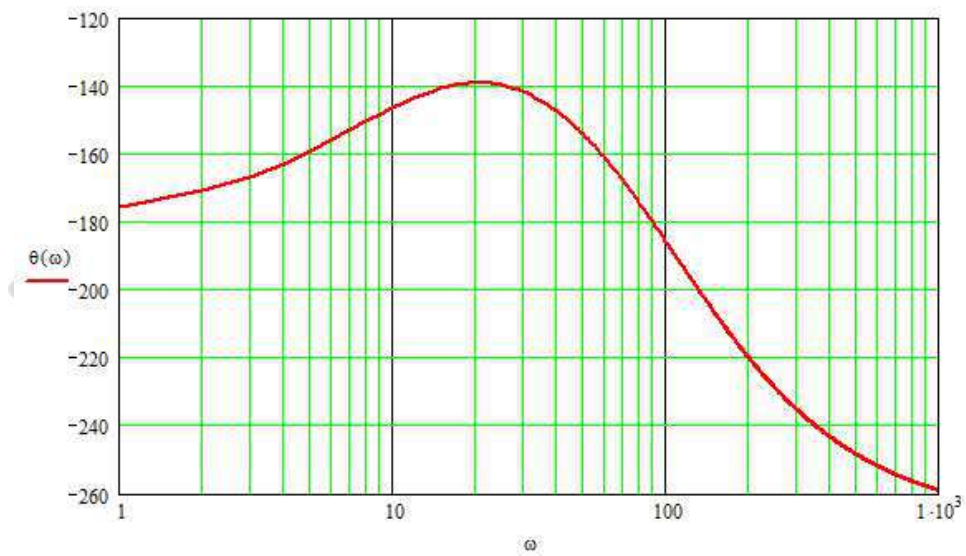
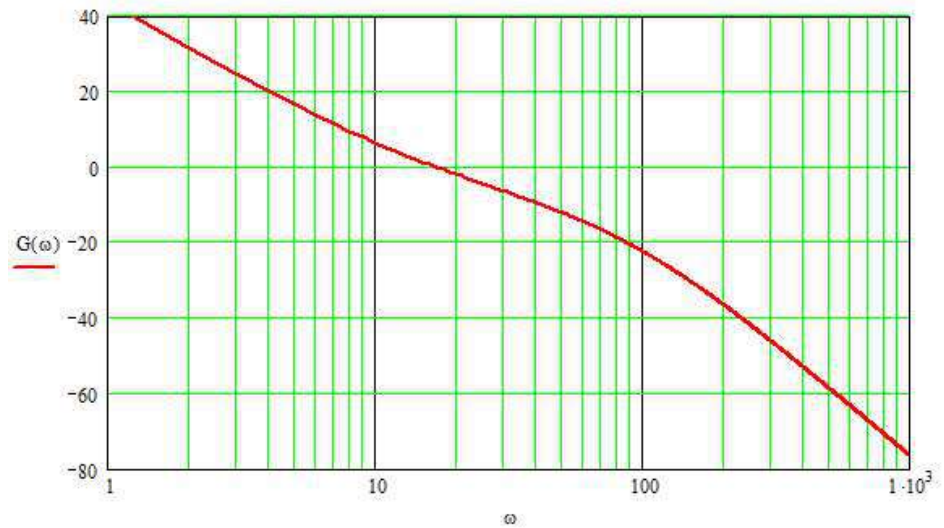
א. $GM=0db$ $PM=0$

ב. $GH(s) = \frac{400}{(s+2)^2(s+10)}$

ג. 1. $K_2=0.0316$ 2. $K_2=0.1$

תרגיל 38

נתונים גרפי בודה בחוג פתוח של מערכת בקרה הפועלת בחוג סגור עם משוב יחידה .



- א. מצא מתוך הגרפים בנספח בקירוב את עודף ההגבר ואת עודף המופע של המערכת וקבע את יציבותה של המערכת.
- ב. המערכת הנ"ל מתוארת על ידי הפונקציה הבאה:

$$G_s = \frac{K(s + z)}{s^n(s + p)^m}$$

- מצא מתוך הגרפים הנתונים את m, n
- ג. למערכת הבקרה הזו הוסיפו מגבר, KG כמתואר באיור לשאלה חשב את ערכו של KG , שעבורו המערכת תהיה בעלת עודף הגבר של 30db.

