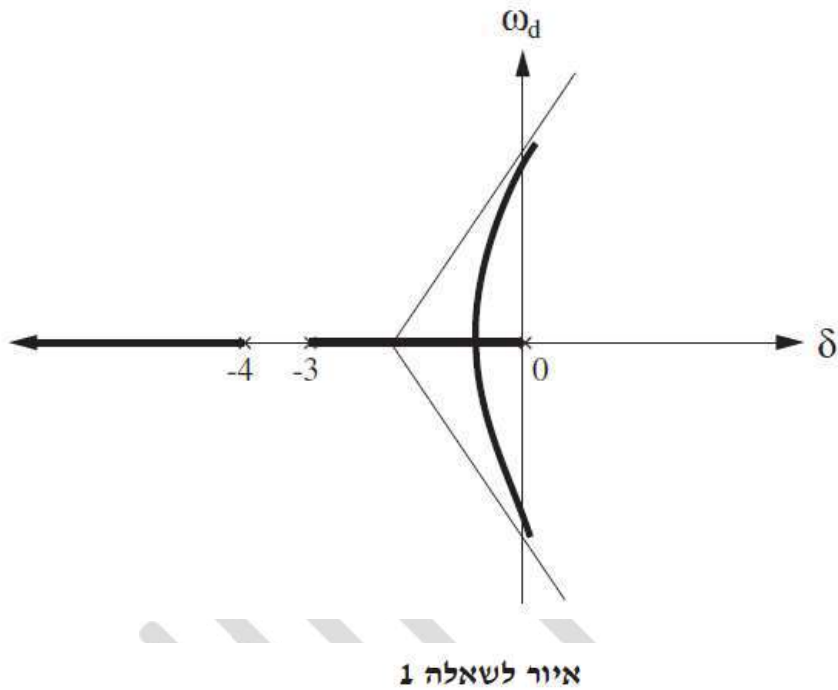


## פתרון מבחן בקרה 711913 2018

## שאלה 1

באיור לשאלה 1 נתון המג"ש של מערכת בקרה בעלת משוב יחידה.



- א. רשום ביטוי המתאר את פונקציית התמסורת בחוג פתוח של מערכת הבקרה המתוארת באיור, כפונקצייה של  $K$ .
- ב. מצא את מרכז האסימפטוטות ואת נקודת החיתוך של המג"ש עם הציר הממשי.
- ג. מצא את נקודות המפגש של המג"ש עם הציר המדומה.
- ד. מהו ערכו של  $K$  בנקודות המפגש של המג"ש עם הציר המדומה?

## פתרון 1

א. פונקציית התמסורת בחוג פתוח

$$GH(s) = \frac{K}{s(s+3)(s+4)}$$

מרכז האסימפטוטיות

$$\sigma_0 = \frac{\sum_{i=1}^n \operatorname{Re}(P_i) - \sum_{h=1}^w \operatorname{Re}(Z_h)}{n-w} = \frac{(0 + (-3) + (-4)) - (0)}{3-0} = \frac{-7}{3} = -2.33$$

דבר א - נקודת חיתוך עם ציר ממשי

$$\sum_{i=1}^n \frac{1}{b-P_i} = \sum_{i=1}^w \frac{1}{b-Z_i}$$

$$\frac{1}{b} + \frac{1}{b+3} + \frac{1}{b+4} = 0$$

$$(b+3)(b+4) + b(b+4) + b(b+3) = 0$$

$$3b^2 + 14b + 12 = 0$$

$$b = -1.13, -3.535$$

נקודת פגישה-חיתוך במסלול היא 1.13-

דבר ב - לפי נגזרת  $dK/ds$ 

$$1 + GH(s) = 0 \Rightarrow -K = s(s+3)(s+4) \Rightarrow -K = s^3 + 7s^2 + 12s$$

$$-\frac{dK}{ds} = 3s^2 + 14s + 12 = 0 \Rightarrow s = -1.13, -3.535$$

ב. משוואה אופיינית  $Q(s) = s(s+3)(s+4) + K = s^3 + 7s^2 + 12s + K$ 

$s^3$	1	12
$s^2$	7	$K$
$s^1$	$\frac{84-K}{7}$	
$s^0$	$K$	

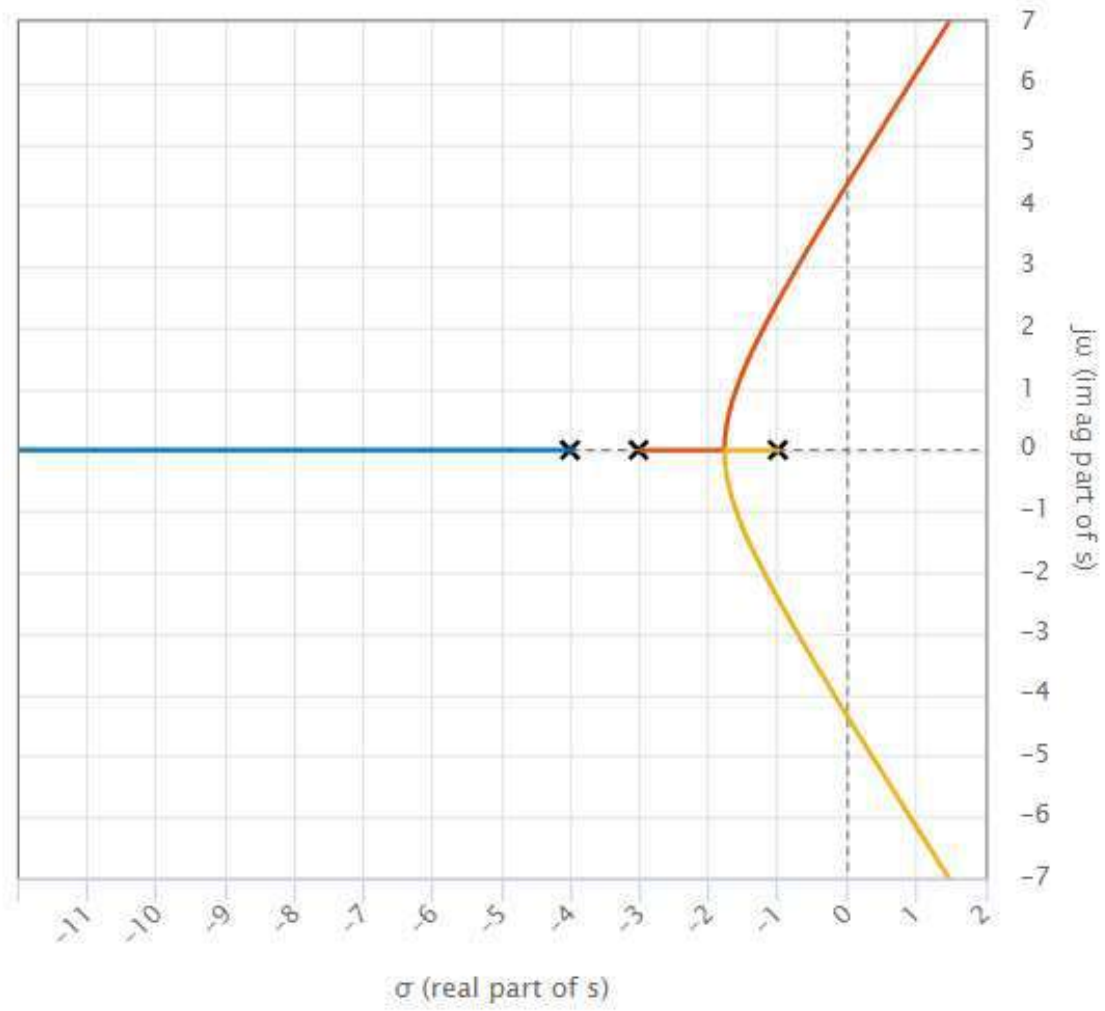
$$s^3 + 12s = s(s^2 + 12)$$

נקודת חיתוך עם הציר המדומה:

$$s_{1,2} = \pm j\sqrt{12} = \pm j3.46$$

ג.  $K_c$  - הגבר בנקודת המפגש עם ציר המדומה:

$$\frac{84-K}{7} > 0 \rightarrow K_c = 84$$

Root Locus of  $G(s)H(s)$ 

## שאלה 2

פונקציית התמסורת של מערכת בקרה, הפועלת בחוג סגור עם משוב יחידה, היא:

$$\frac{C}{R}(s) = \frac{100}{s^2 + s + 100}$$

- א. מצא את פונקציית התמסורת בחוג פתוח של מערכת הבקרה הזו.
- ב. בנספח לשאלה 2 נתון נייר חצי-לוגריתמי. סרטט עליו תרשימי בודה אסימפטוטיים של ההגבר והמופע של מערכת הבקרה הזו.
- הערה: הדבק את מדבקת הנבחן שלך במקום המיועד לכך בנספח, והדק אותו למחברת הבחינה.**
- ג. מהי מידת יציבותה של המערכת? נמק את תשובתך.
- ד. מקטינים את ההגבר של המערכת. האם תשתפר יציבותה של המערכת?

## פתרון 2

א.

$$\frac{C}{R}(s) = \frac{100}{s^2 + s + 100} = \frac{G}{1 + G}$$

$$G = \frac{C/R}{1 - C/R} = \frac{100}{s^2 + s + 100} = \frac{100}{s^2 + s + 100 - 100} = \frac{100}{s^2 + s} = \frac{100}{s(s+1)}$$

ב.

$$GH(j\omega) = \frac{100}{j\omega(1+j\omega)} \rightarrow GH_{(db)} = 20 \log \left| \frac{100}{\omega \sqrt{1+\omega^2}} \right|, \quad \theta = -90 - \tan^{-1} \omega$$

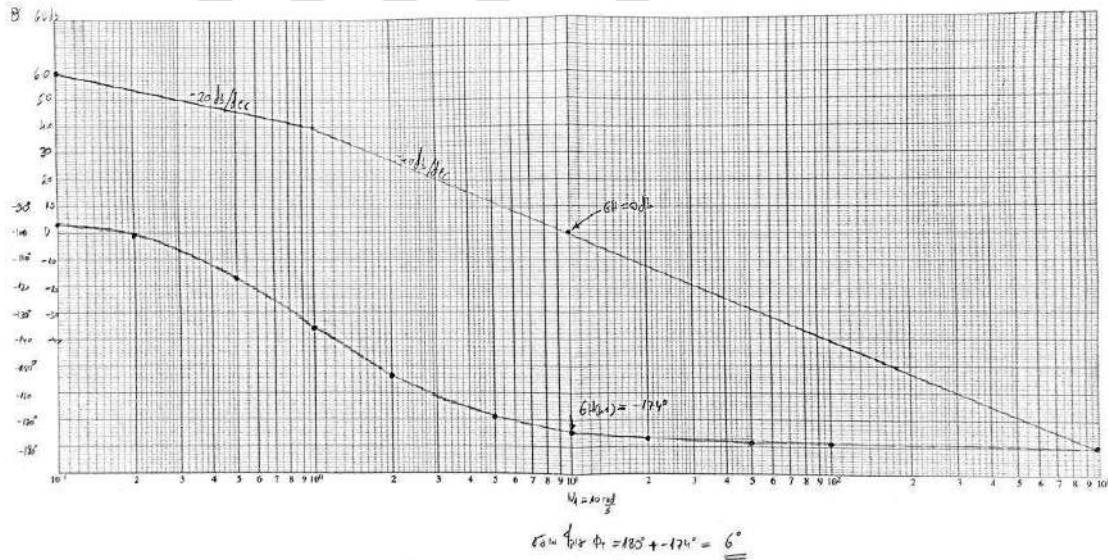
נשרטט מתדר  $\omega=0.1 \text{ rad/s}$  גרף אסימפטומטי

$$GH_{(0.1)} = 20 \log \frac{100}{0.1 \cdot 1} = 60 \text{ db}$$

נציב בטבלה מספר נקודות לשרטוט גרף המופע

$\omega$	0.1	0.2	0.5	1	2	5	10	20	50	100	1000
$\theta$	-96	-101	-117	-135	-153	-169	-174	-177	-179	-179.4	-179.9

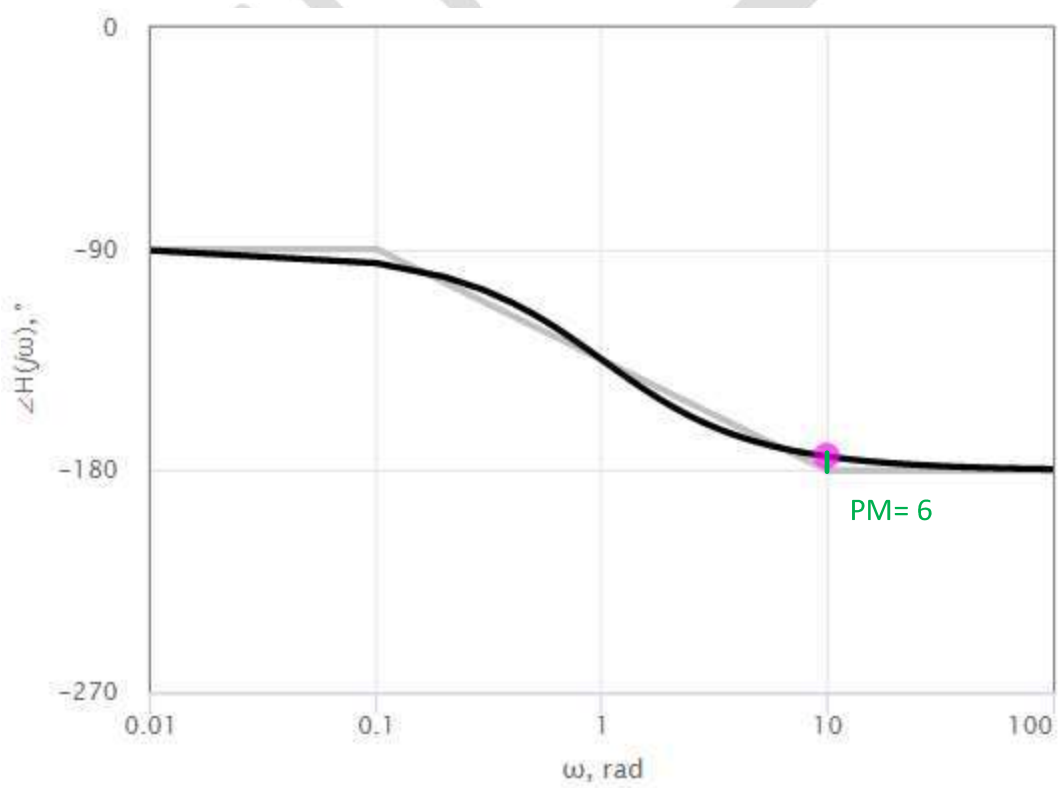
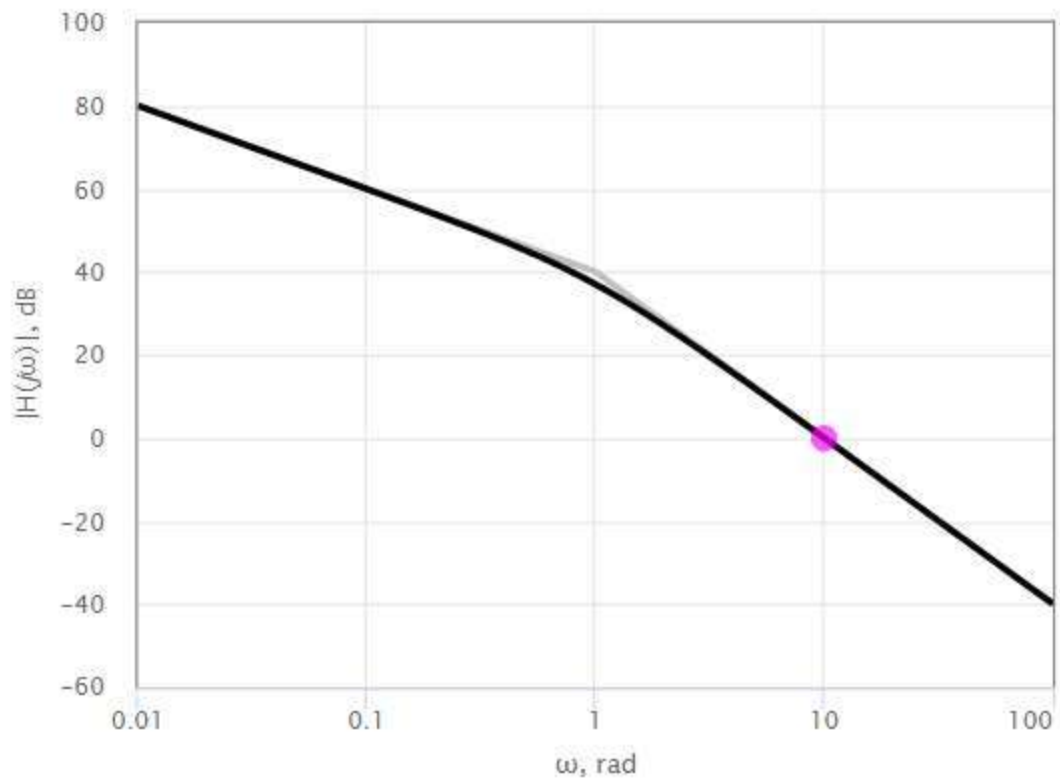
שרטוט גרף בדף חצי לוגריתמי



ג. מערכת יציבה, בתדר  $\omega_1$  (ההגבר 0db) מקבלים זווית הגדולה מ-180 (מעלות) לכן עודף המופע חיובי.

ד. אם מקטינים את ההגבר  $\omega_1$  קטן ועודף המופע גדל, לכן מידת היציבות גדלה.

## גרף מדויק



## שאלה 3

$$C(s) = \frac{s+2}{s^2+2s+5} \text{ פונקציית התמסורת של מערכת בקרה היא:}$$

ברגע  $t=0$  מספקים למערכת אות-מבוא של מדרגת יחידה.

א. רשום ביטוי המתאר את  $C(s)$  עבור האות הנתון.

ב. רשום ביטוי המתאר את תגובת המערכת לאות הנתון כפונקצייה של הזמן,  $C(t)$ .

ג. חשב את תגובת המערכת:

1. בזמן  $t=0$

2. בזמן  $t=0.5 \text{ sec}$

## פתרון 3

א.

$$C(s) = \frac{s+2}{s(s^2+2s+5)}$$

$$C(s) = \frac{s+2}{s(s^2+2s+5)} = \frac{A}{s} + \frac{Bs+C}{s^2+2s+5}$$

$$A(s^2+2s+5) + (Bs+C)s = s+2$$

$$s=0 \Rightarrow 5A=2 \Rightarrow A=0.4$$

$$s=1 \Rightarrow 0.4 \cdot 8 + B + C = 3 \Rightarrow B + C = -0.2$$

$$s=-1 \Rightarrow 0.4 \cdot 4 - (-B + C) = 1 \Rightarrow B - C = -0.6$$

$$B = -0.4 \quad C = 0.2$$

ב.

דרכ א

$$C(s) = \frac{0.4}{s} - 0.4 \frac{s-0.5}{(s+1)^2+2^2}$$

$$c(t) = 0.4 - 0.4 \frac{\sqrt{(-0.5-1)^2+2^2}}{2} e^{-t} \sin(2t + \phi) \quad \phi = \tan^{-1} \frac{2}{-0.5-1} = 126.87^\circ$$

$$c(t) = 0.4 - 0.5e^{-t} \sin(2t + 126.87^\circ)$$

דרכ ב

$$C(s) = \frac{0.4}{s} - 0.4 \frac{s+1-1.5}{(s+1)^2+2^2} = \frac{0.4}{s} - 0.4 \frac{s+1}{(s+1)^2+2^2} + 0.3 \frac{2}{(s+1)^2+2^2}$$

$$c(t) = 0.4 - 0.4e^{-t} \cos(2t) + 0.3e^{-t} \sin(2t)$$

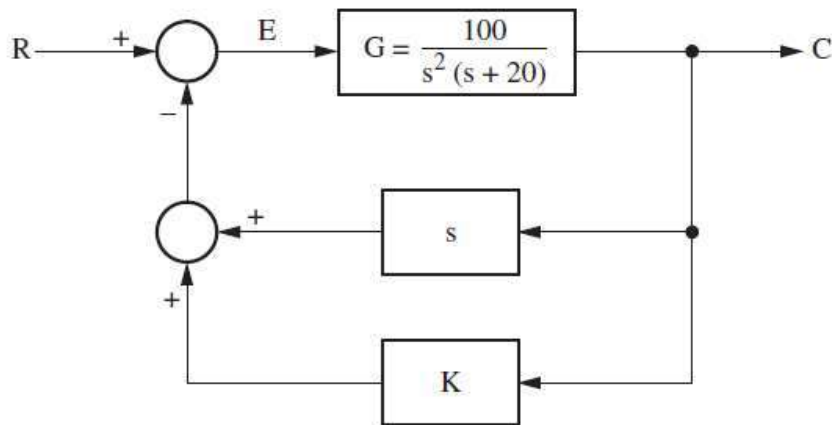
ג.

$$c(0) = 0.4 - 0.4 \cos(0) + 0.3 \sin(0) = 0$$

$$c(0.5) = 0.4 - 0.4e^{-0.5} \cos(1) + 0.3e^{-0.5} \sin(1) = 0.422$$

## שאלה 4

באיור לשאלה 4 נתון תרשים-מלבנים של מערכת בקרה.



איור לשאלה 4

- א. מצא את פונקציית התמסורת,  $\frac{C}{R}(s)$ , של מערכת הבקרה הזו.
- ב. מהו תחום הערכים של  $K$ , שעבורו מערכת הבקרה הזו תהיה יציבה?
- ג. מספקים למערכת את אות-המבוא  $R(t) = 5t^2$ . חשב את השגיאה במצב המתמיד כאשר  $K = 10$ .



## פתרון 4

א.

$$G = \frac{100}{s^2(s+20)} \quad H = s + K$$

$$\frac{C}{R}(s) = \frac{G}{1+GH} = \frac{\frac{100}{s^2(s+20)}}{1 + \frac{100(s+K)}{s^2(s+20)}} = \frac{100}{s^2(s+20) + 100(s+K)}$$

$$\frac{C}{R}(s) = \frac{100}{s^3 + 20s^2 + 100s + 100K}$$

ב.

$s^3$	1	100
$s^2$	20	100K
$s^1$	$\frac{2000 - 100K}{20}$	
$s^0$	100K	

$$\frac{2000 - 100K}{20} > 0 \quad 100K > 0$$

$$0 < K < 20$$

ג.

$$K_a = \lim_{s \rightarrow 0} s^2 GH(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s^2 \frac{100(s+K)}{s^2(s+20)} = \frac{100 \cdot 10}{20} = 50$$

$$r(t) = 5t^2 = 10 \frac{t^2}{2}$$

$$e_{ss} = \frac{10}{K_a} = \frac{10}{50} = 0.2$$