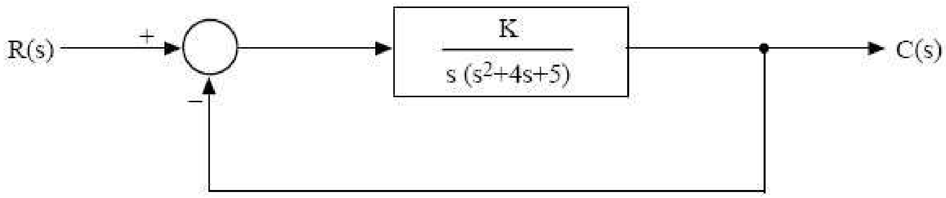
מבחן 2003

שאלה 2

באיור לשאלה 2 מתוארת מערכת בקרה עם משוב יחידה.



איור לשאלה 2

א. סרטט את המקום הגיאומטרי של שורשי המערכת הנתונה.

ב. קבע עבור אילו ערכי K תהיה המערכת הנתונה יציבה.

ג. כדי לשפר את יציבות המערכת, משנים את פונקציית התמסורת בחוג פתוח, והיא תהיה עתה: $G(s)=\dfrac{K(s+1)}{s\left(s^2+4s+5\right)}$.

סרטט את המ.ג.ש. של המערכת לאחר השינוי, והסבר מדוע השינוי שיפר את יציבות המערכת.

שאלה 2

א.

$$GH=\frac{K}{s(s^2+4s+5)}=\frac{K}{s(s+2+j)(s+2-j)}$$

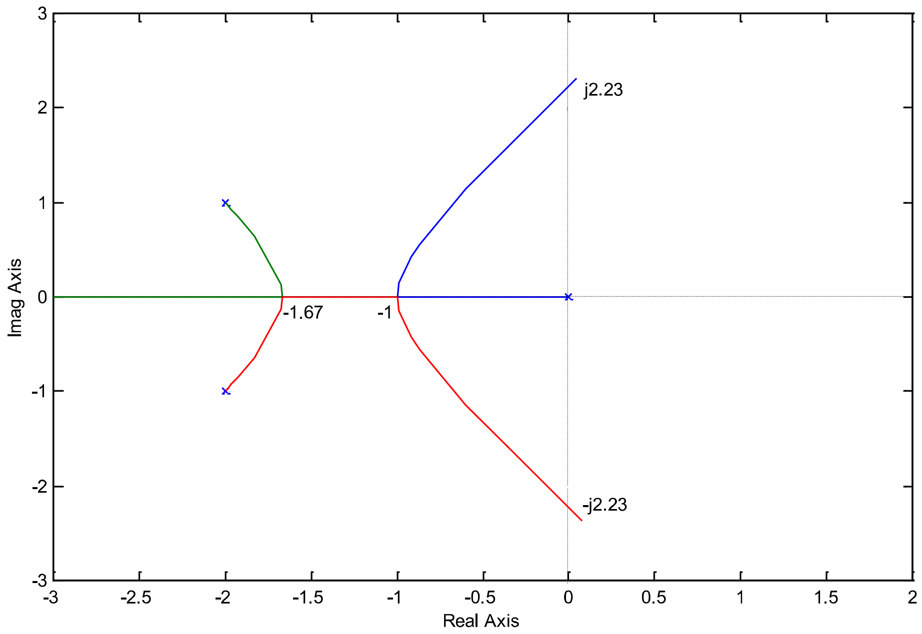
זווית אסימפטוטה: $\beta=\dfrac{(2h+1)180}{n-l}=\dfrac{(2h+1)180}{3}=60,180,300$

נקודת יציאת אסימפוטטות: $\sigma_0=\dfrac{\sum\mathrm{Re}(Pi)-\sum\mathrm{Re}(Zi)}{n-l}=\dfrac{(-2)+(-2)+0}{3}=-1.33$

זווית יציאה של קוטב מרוכב (s=-2+j) :

$$GH' = \frac{K}{s(s+2+j)} = \frac{K}{(-2+j)(-2+j+2+j)} = \frac{K}{(-2+j)2j}$$

$$\phi = \arg(GH') + 180 = -243 + 180 = -65°$$



נקודות בריחה וחדירה:

$$\frac{1}{\sigma_b + 2 + j} + \frac{1}{\sigma_b + 2 - j} + \frac{1}{\sigma_b} = 0$$

$$\frac{2\sigma_b + 4}{\sigma_b^{\ 2} + 4\sigma_b + 5} + \frac{1}{\sigma_b} = 0$$

$$\frac{2\sigma_b^2 + 4\sigma_b + \sigma_b^{\ 2} + 4\sigma_b + 5}{\left(\sigma_b^{\ 2} + 4\sigma_b + 5\right)\sigma_b} = 0$$

$$3\sigma_b^2 + 8\sigma_b + 5 = 0 \Rightarrow \sigma_b = -1, -1.66$$

ב. ראוט $P_{(s)} = s^3 + 4s^2 + 5s + k$

$$\begin{array}{c|ccc} s^3 & 1 & 5 & 0 \\ s^2 & 4 & k & 0 \\ s^1 & \dfrac{20-k}{4} & & \\ s^0 & k & & \end{array}$$

$$\frac{20-k}{4} > 0 \Rightarrow k < 20$$

$$k > 0$$

מערכת יציבה עבור: $0 < k < 20$

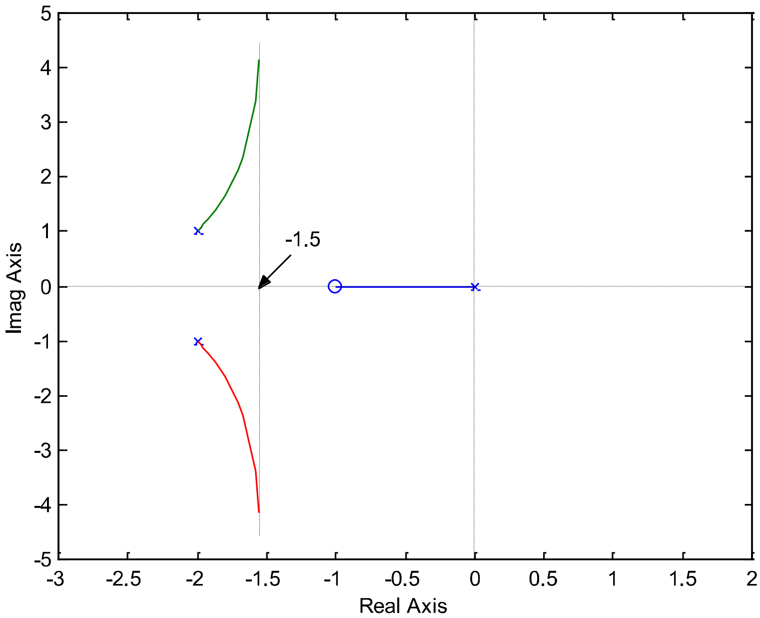
נקודת חיתוך עם הציר המדומה:

נציב את הערך של k=20 בה יש חיתוך עם הציר המדומה

$$4s^2 + k = 0$$

$$4s^2 + 20 = 0 \Rightarrow s = \pm\sqrt{-\frac{20}{4}} = \pm j2.236$$

ג.



זווית אסימפטוטה: $\beta = \frac{(2h+1)180}{n-l} = \frac{(2h+1)180}{3-1} = 90,270^\circ$

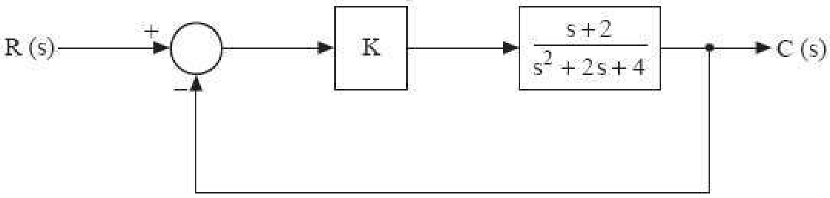
נקודת יציאת אסימפטוטות: $\sigma_0 = \frac{\sum \mathrm{Re}(Pi) - \sum \mathrm{Re}(Zi)}{n-l} = \frac{(-2)+(-2)-(-1)}{2} = -1.5$

מהגרף רואים כי המערכת יציבה עבור כל k חיובי

<u>מבחן 2004</u>

שאלה 1

באיור לשאלה 1 מתוארת מערכת בקרה עם משוב יחידה.



איור לשאלה 1

א. 1. מהו מספר הענפים של המ.ג.ש. (המקום הגיאומטרי של השורשים) של המערכת הנתונה?

2. מהי האסימפטוטה של המ.ג.ש.?

3. מצא את נקודות ההתחלה ואת נקודות הסיום של המ.ג.ש. .

4. חשב את זוויות ההתחלה ואת זוויות הסיום של המ.ג.ש. .

ב. סרטט את המקום הגיאומטרי של שורשי המערכת הנתונה.

ג. קבע עבור אילו ערכי K תהיה המערכת הנתונה יציבה.

<u>שאלה 1</u>

א.

1. מספר הענפים = מספר הקטבים = 2

2. יש אסימפטוטה אחת והיא בזוית 180מעלות.

3.נקודות ההתחלה של הקטבים הן : (-1, j1.73),(-1, -j1.73) ונקודות סיום: אחד לאפס (-2)

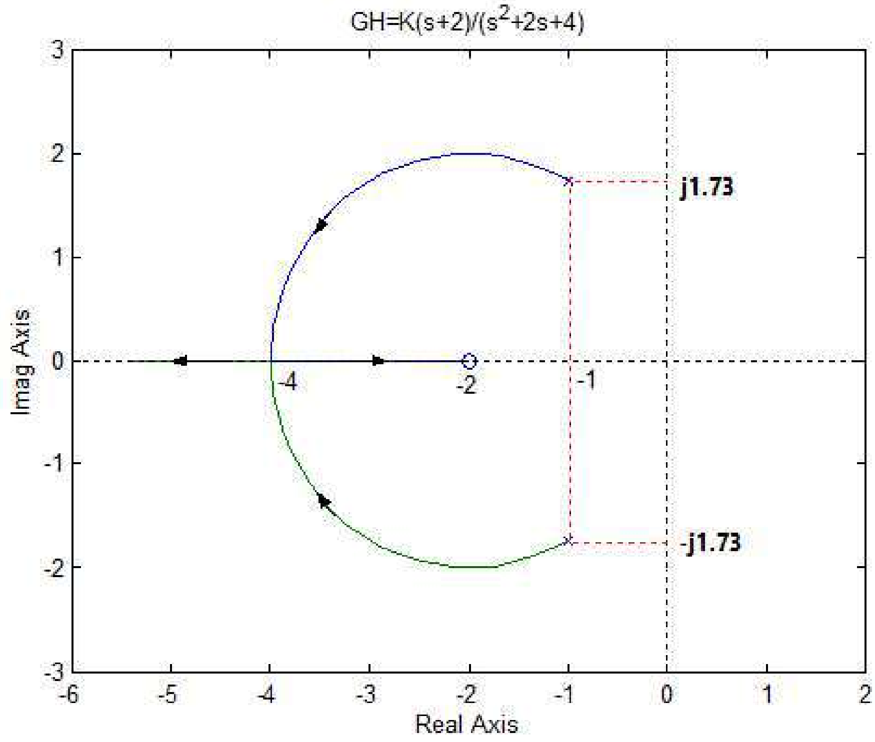
ואחד לאינסוף.

4. זוית יציאה של הקוטב s=-1+j1.73

$$GH' = \frac{K(s+12)}{s+1+j1.73} = \frac{K(-1+j1.73+2)}{-1+1.73+1+j1.73} = \frac{K(1+j1.73)}{j3.46}$$

$$\phi m = 180 + \arg(GH') = 180 + (-30) = 150^\circ$$

וזווית יציאה של הקוטב המרוכב s = -1-j1.73 היא -150 מעלות.



נקודת פגישה:

$$\frac{1}{\sigma_b+1+j1.73}+\frac{1}{\sigma_b+1-j1.73}=\frac{1}{\sigma_b+2}$$

$$\frac{2\sigma_b+2}{\sigma_b{}^2+2\sigma_b+4}=\frac{1}{\sigma_b+2}$$

$$\frac{2\sigma_b^2+2\sigma_b+4\sigma_b+4-\sigma_b^2-2\sigma_b-4}{\left(\sigma_b{}^2+2\sigma_b+4\right)\left(\sigma_b+2\right)}=0$$

$$\sigma_b^2+4\sigma_b=0\Rightarrow\sigma_b=-4$$

ג. ראוט:

$$P_{(s)}=s^2+2s+4+ks+2k=s^2+s(2+k)+(4+2k)$$

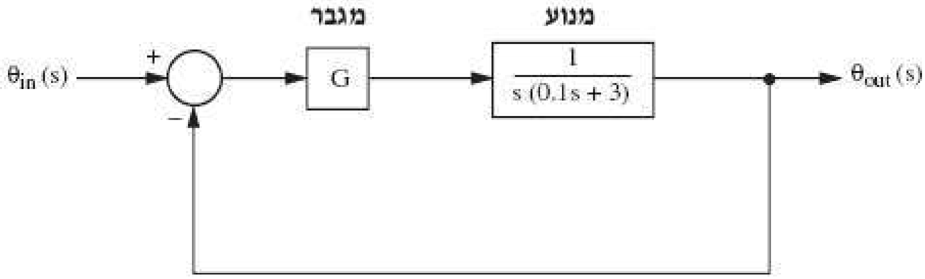
$$\begin{array}{lll} s^2 & 1 & 2+2k \\ s^1 & 2 & 2k \\ s^0 & 4+2k & \end{array}$$

מערכת יציבה עבור: $4+2k>0\Rightarrow k>-2$

<u>מבחן 2006</u>

שאלה 2

באיור לשאלה 2 נתון תרשים מלבנים של מערכת לבקרת זווית הסיבוב של מנוע.



איור לשאלה 2

א. סרטט במחברתך את המקום הגאומטרי של שורשי המערכת הנתונה.

ב. האם יציבותה של המערכת תלויה בהגבר G ? נמק את תשובתך.

ג. מה צריך להיות ערכו של G , כך שתתקבל מערכת בקרה בעלת מקדם ריסון $\zeta = 0.5$?

ד. 1. מצא את ערכו של G , שעבורו תתקבל מערכת בעלת תדירות זוויתית טבעית בלתי מרוסנת $\omega_n = 15\frac{\text{rad}}{\text{sec}}$.

2. מה ערכו של מקדם הריסון שיתקבל במקרה זה?

<u>שאלה 2</u>

א.

$$GH_{(s)} = \frac{k}{s(0.1s+3)} = \frac{10k}{s(s+30)}$$

1. מספר הענפים = מספר הקטבים = 2

2. יש 2 אסימפטוטות לאינסוף בזוית 90 ו-270 מעלות.

$$\beta = \frac{(2h+1)180}{n-l} = 90°,270°$$

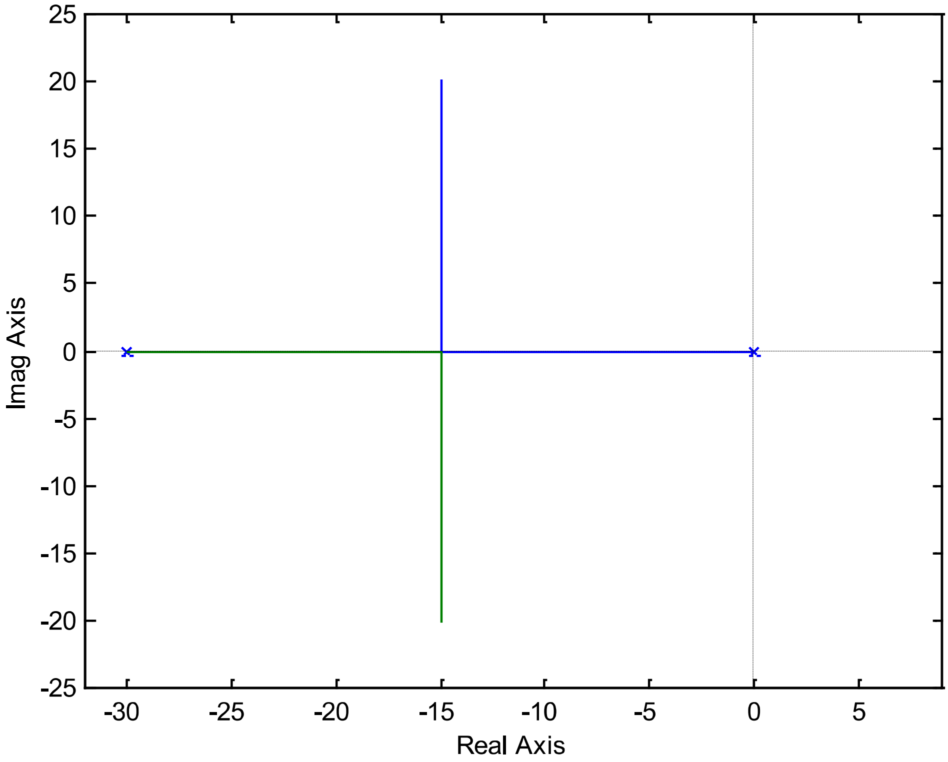
$$\sigma_0 = \frac{-30+0}{2} = -15$$

<u>נקודת פגישה:</u>

$$\frac{1}{\sigma_b} + \frac{1}{\sigma_b + 30} = 0$$

$$\frac{2\sigma_b + 30}{(\sigma_b + 30)\sigma_b} = 0$$

$$2\sigma_b + 30 = 0 \Rightarrow \sigma_b = -15$$



ב. עבור $G > 0$ הקטבים מצד שמאל לציר Y לכן המערכת יציבה.

עבור $G < 0$ הקוטב 0 נע ימינה לציר Y ולכן המערכת אינה יציבה.

ג.

$$\frac{C}{R}=\frac{\frac{10k}{s(s+30)}}{1+\frac{10k}{s(s+30)}}=\frac{10k}{s(s+30)+10k}=\frac{10k}{s^2+30s+10k}$$

$$s^2+30s+10k=s^2+2\xi\omega_n s+\omega_n^2$$

$$10k=\omega_n^2$$

$$2\xi\omega_n=30$$

$$\xi=0.5\Rightarrow\omega_n=30\Rightarrow k=90$$

ד.

$$s^2+30s+10k=s^2+2\xi\omega_n s+\omega_n^2$$

$$10k=\omega_n^2=15^2=225\Rightarrow k=22.5$$

$$2\xi\omega_n=30$$

$$\xi=\frac{30}{2\cdot 2.25}=0.67$$