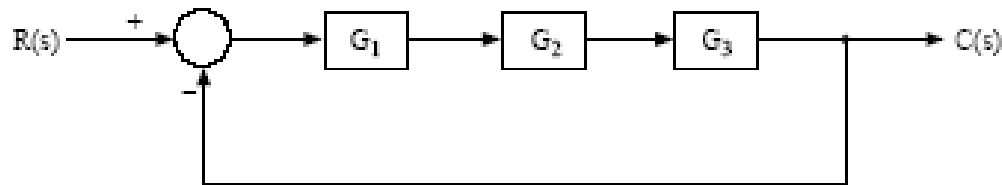


תרגילים בבודה

שאלה 3

באיור לשאלה 3 נתון תרשים מלבנים של מערכת בקרה בעלת משוב יחידה.



איור לשאלה 3

לחלק נתוני המערכת:

$$G_1(s) = K \cdot (1 + s) \quad , \quad K = 10$$

$$G_2(s) = \frac{1}{s}$$

$$G_3(s) = \frac{1}{1 + \frac{1}{4}s + \frac{1}{16}s^2}$$

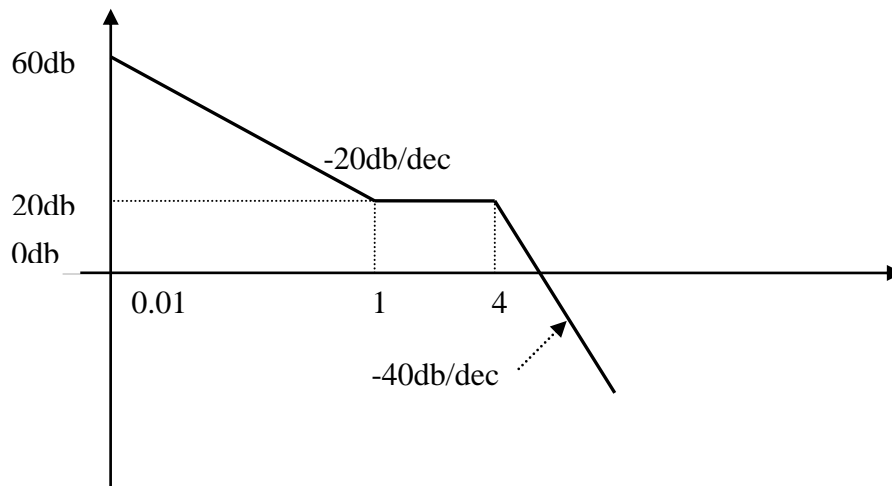
- א. סריט, על הנייר החצילוגריתמי שבנספח לשאלה 3, תרשימו בודה אסימפטוטיים של ההגבר ושל המופע של המערכת.
- ב. מצא את עודף ההגבר ואת עודף המופע של המערכת עליפי התרשימים שסריטת בסעיף א'.

פתרון תרגיל 3

א. למערכת יש קטבים מרוכבים עם $\xi = 0.5, \omega_n = 4$.
אפשר לבצע קירוב לקטבים פשוטים עבור גרף ההגבר

$$GH_{(s)} = \frac{10(s+1)}{s(1 + \frac{1}{4}s + \frac{1}{16}s^2)} = \frac{160(s+1)}{s(s^2 + 4s + 16)} = \frac{160(s+1)}{s(s+4)^2}$$

$$\omega = 0.01 \Rightarrow GH_{db} = 20 \log \frac{160 \cdot 1}{0.01 \cdot 4^2} = 60db$$

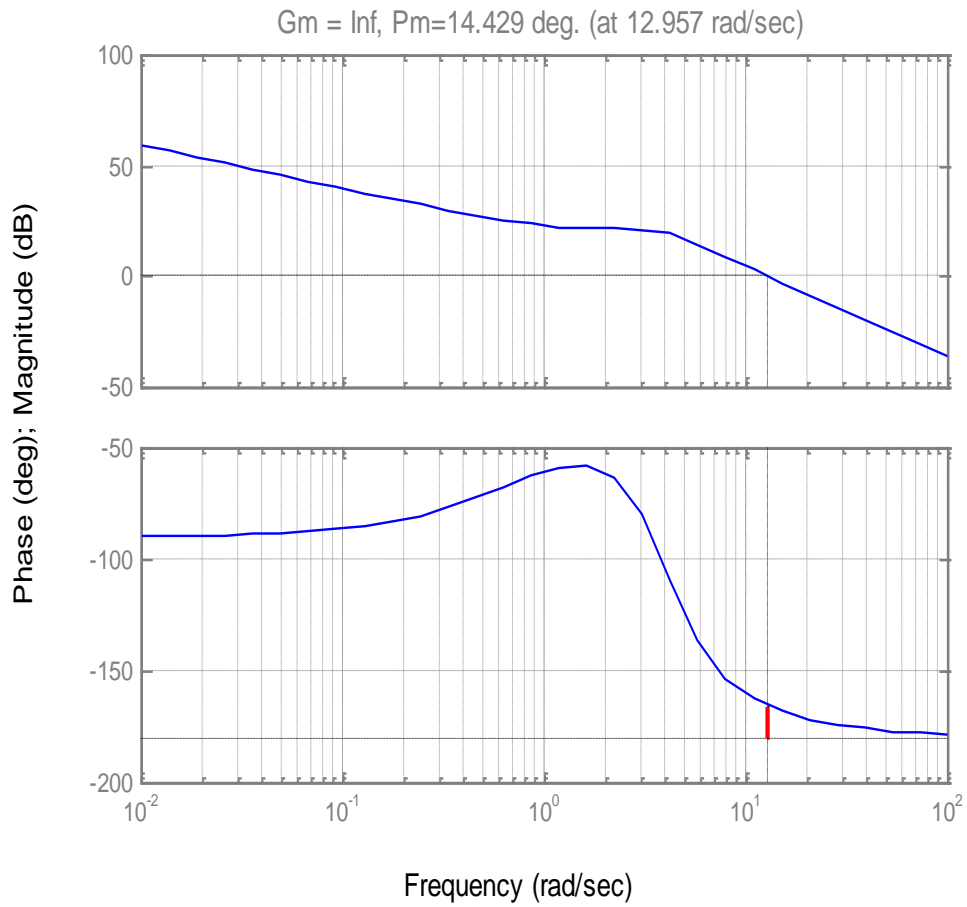


$$GH_{(j\omega)} = \frac{160(1 + j\omega)}{(j\omega)(16 - \omega^2 + 4j\omega)}$$

$$\theta_\omega = \tan^{-1} \frac{\omega}{1} - 90^\circ - \tan^{-1} \frac{4\omega}{16 - \omega^2}$$

ω	0	0.01	0.1	0.4	1	4	10	12.9	100	∞
θ	-90	-89.6	-85.7	-74	-60	-104	-160	-165	-178	-180
GH								0db		

Bode Diagrams

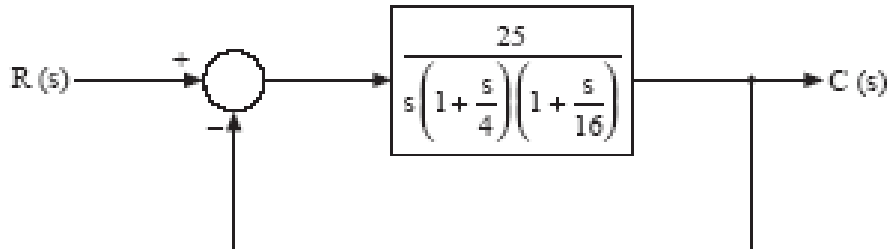


ב. אין עודף הגבר, $\omega_{\pi} \rightarrow \infty \Rightarrow AM = \infty$

עודף מופע = 14.43 מעלות

שאלה 3

באיור לשאלה 3 מתוארת מערכת בקרה המועלת בחוג סגור.



איור לשאלה 3

- א. סרטט, על הנייר החצי-לוגריתמי שבנספח א' לשאלה 3, תרשימי בודה אסימפטוטיים של ההגבר ושל המופע של המערכת.
- ב. מצא את עודף ההגבר ואת עודף המופע של המערכת על-פי התרשימים שסרטטת בסעיף א'.
- ג. מהמערכת נדרשים עודף הגבר של 3.5 dB **לפחות** ועודף מופע של 15° **לפחות**. לפיכך, מעוניינים להוסיף לה רשת תיקון טורית, שתביא למילוי **שתי** הדרישות הללו.

1. הוסף למערכת רשת קיזוז, שפונקציית התמסורת שלה היא $G = \frac{\alpha \cdot (1 + j\omega\tau)}{1 + j\omega\alpha\tau}$.

רשום את פונקציית התמסורת של המערכת החדשה כאשר $\alpha = 0.2$ ו- $\tau = 0.2 \text{ sec}$.

2. סרטט, על הנייר החצי לוגריתמי שבנספח ב' לשאלה 3, תרשימי בודה אסימפטוטיים של ההגבר ושל המופע של המערכת החדשה.

3. מצא את עודף ההגבר ואת עודף המופע של המערכת החדשה על-פי התרשימים שסרטטת בסעיף ג' 2.

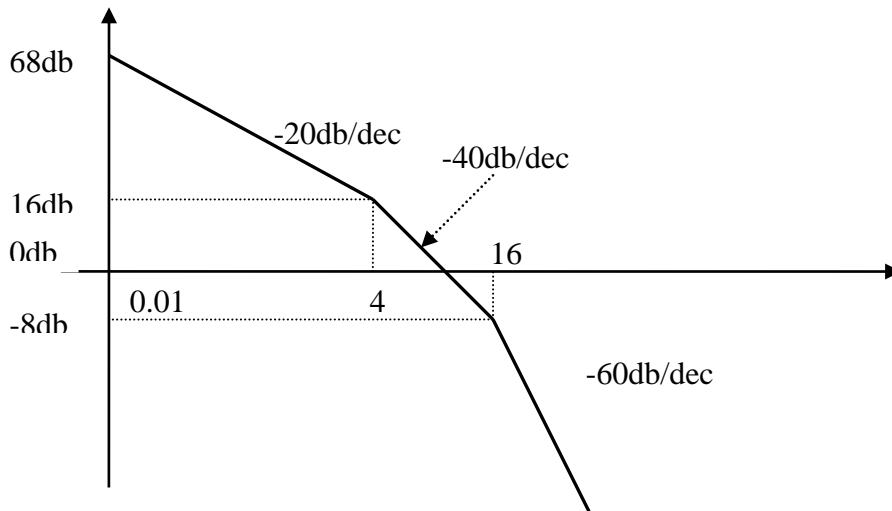
פתרון שאלה 3

א.

$$GH_{(s)} = \frac{25}{s(1 + \frac{s}{4})(1 + \frac{s}{16})} = \frac{1600}{s(s+4)(s+16)}$$

שרטוט גרף אסימפטוטי לפי הפונקציה:

$$\omega = 0.01 \Rightarrow GH_{db} = 20 \log \frac{1600}{0.01 \cdot 4 \cdot 16} \approx 68db$$

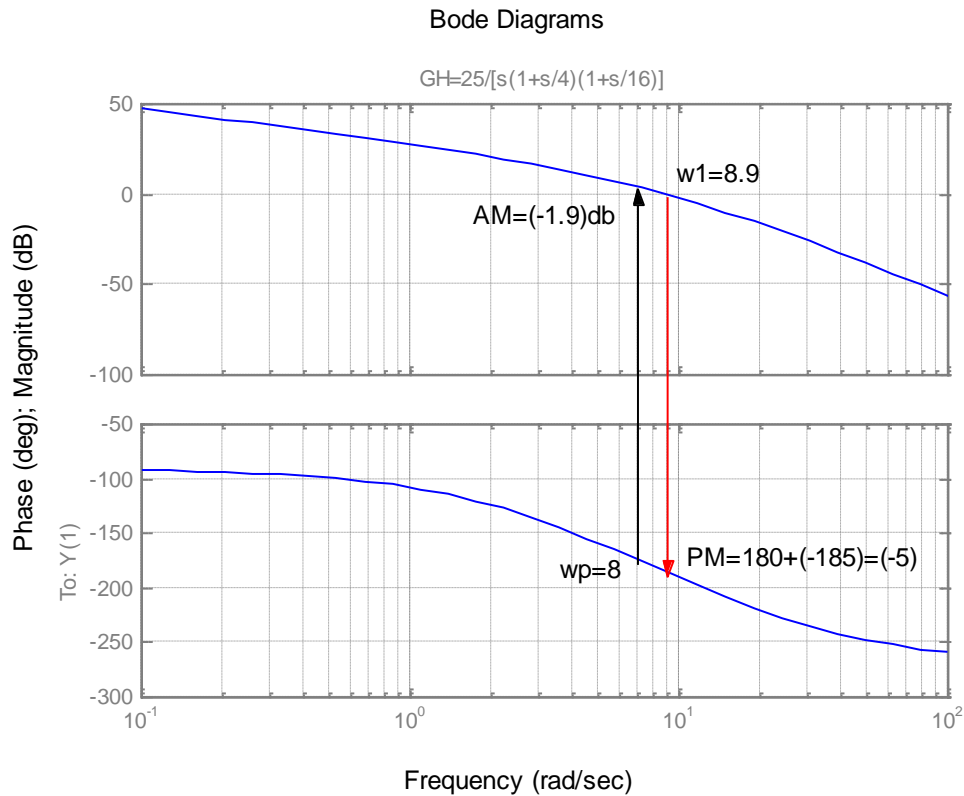


שרטוט גרף מופע לפי הפונקציה הבאה:

$$GH_{(j\omega)} = \frac{1600}{(j\omega)(4 + j\omega)(16 + j\omega)}$$

$$\theta_\omega = -90^\circ - \tan^{-1} \frac{\omega}{4} - \tan^{-1} \frac{\omega}{16}$$

ω	0	0.01	0.1	0.4	1	4	$\omega_\pi = 8$	$\omega_1 = 8.9$	40	100	∞
θ	-90	-91.2	-91.8	-97	-107	-149	-180	-185	-242	-258	-270
GH							1.9db	0db			



ב. עודף הגבר = -1.9db

עודף מופע = -5°

מערכת לא יציבה

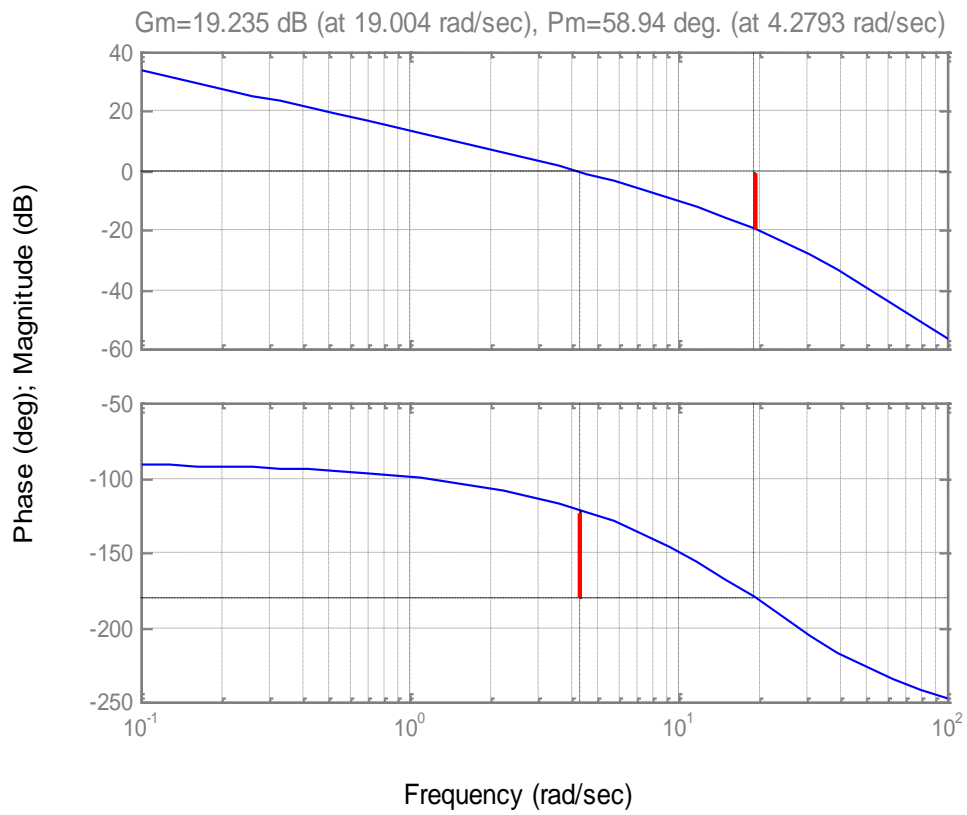
ג.

1. אחרי תוספת רשת הקידום נקבל:

$$G_c = \frac{\alpha \cdot (1 + j\omega\tau)}{1 + j\alpha\omega\tau} = \frac{0.2(1 + 0.2j\omega)}{1 + 0.04j\omega} \Rightarrow G_c = \frac{s + 5}{s + 25}$$

$$GH_{(s)} = \frac{25(s + 5)}{s(1 + \frac{s}{4})(1 + \frac{s}{16})(s + 25)} = \frac{1600(s + 5)}{s(s + 4)(s + 16)(s + 25)}$$

Bode Diagrams



3. עודף הגבר = 19db

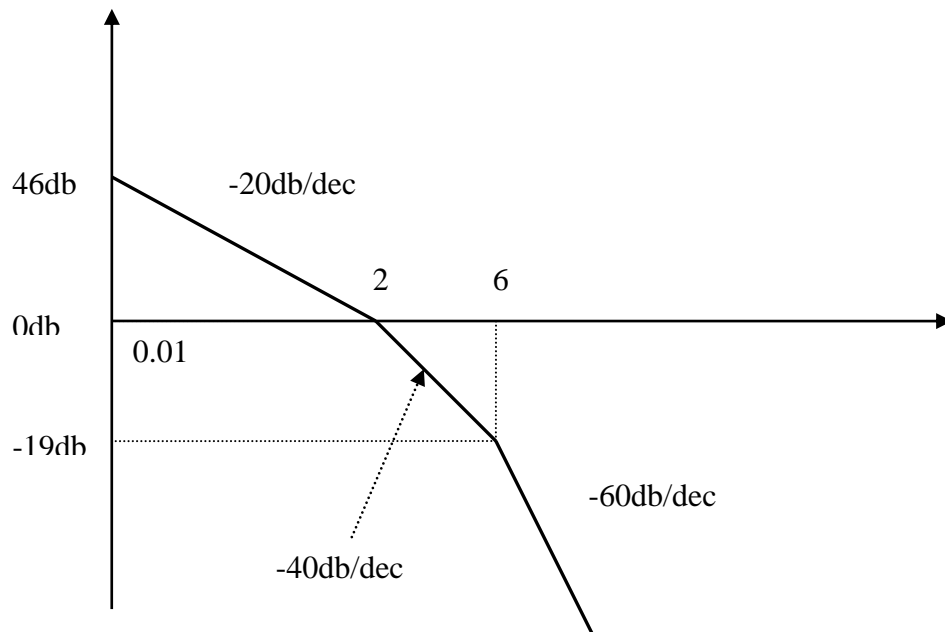
עודף מופע = 59 מעלות.

פתרון תרגיל בודה

$$GH_{(s)} = \frac{24}{s(s+2)(s+6)}$$

שרטוט גרף אסימפטוטי לפי הפונקציה:

$$\omega = 0.01 \Rightarrow GH_{db} = 20 \log \frac{24}{0.01 \cdot 2 \cdot 6} \approx 46db$$



שרטוט גרף מופע לפי הפונקציה הבאה:

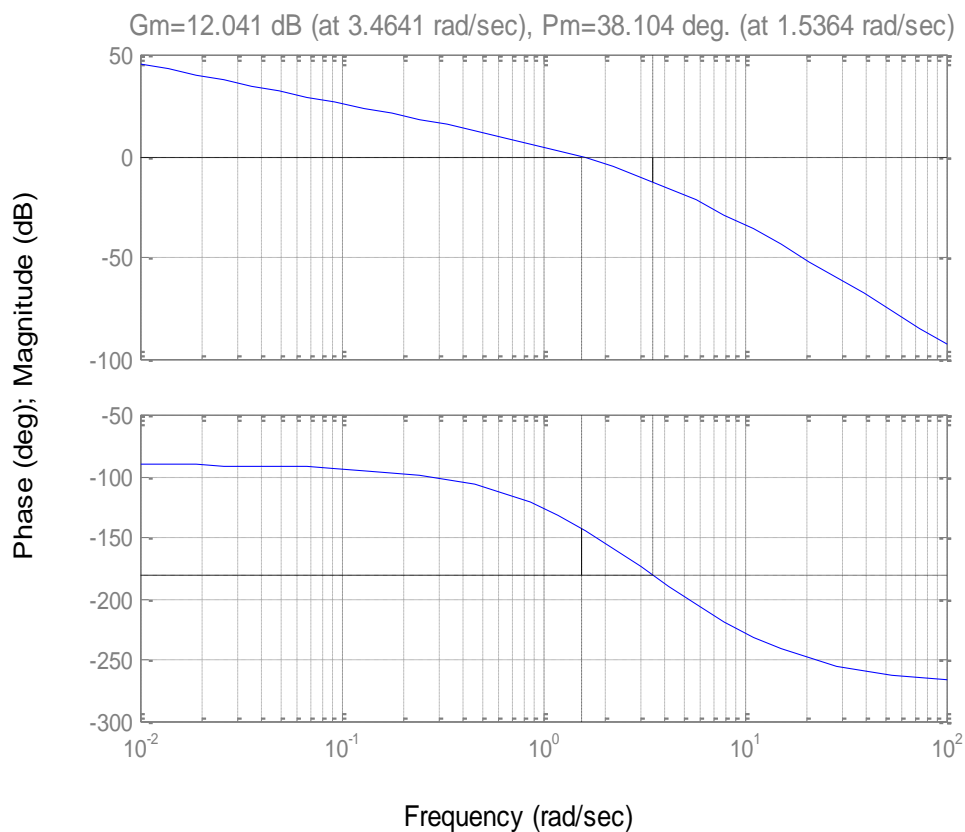
$$GH_{(j\omega)} = \frac{24}{(j\omega)(2+j\omega)(6+j\omega)}$$

$$\theta_{\omega} = -90^{\circ} - \tan^{-1} \frac{\omega}{2} - \tan^{-1} \frac{\omega}{6}$$

ω	0	0.1	0.4	1	$\omega_1 = 1.54$	$\omega_x = 3.46$	10	40	100	∞
θ	-90	-93.8	-105	-126	-142	-180	-227	-258	-265	-270
GH					0db	12db				

גרף מדויק

Bode Diagrams



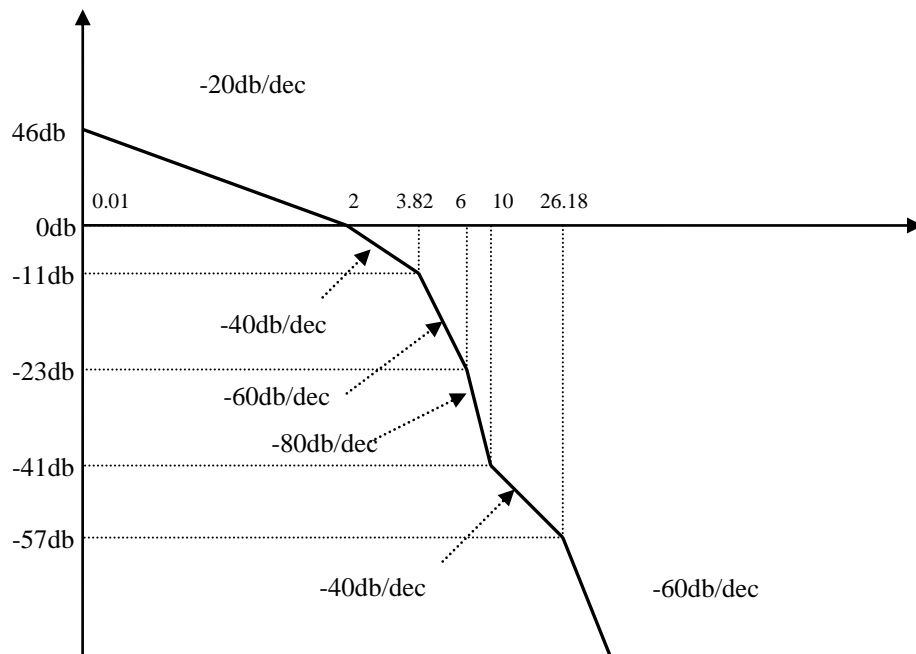
עודף הגבר: 12db
עודף מופע: 38 מעלות

ב. לאחר הוספת רשת התיקון

$$GH_{(s)} = \frac{24}{s(s+2)(s+6)} \cdot \frac{(s+10)^2}{(s+26.18)(s+3.82)}$$

שרטוט גרף אסימפטוטי לפי הפונקציה:

$$\omega = 0.1 \Rightarrow GH_{db} = 20 \log \frac{24 \cdot 10^2}{0.1 \cdot 2 \cdot 6 \cdot 26.18 \cdot 3.82} \approx 46db$$



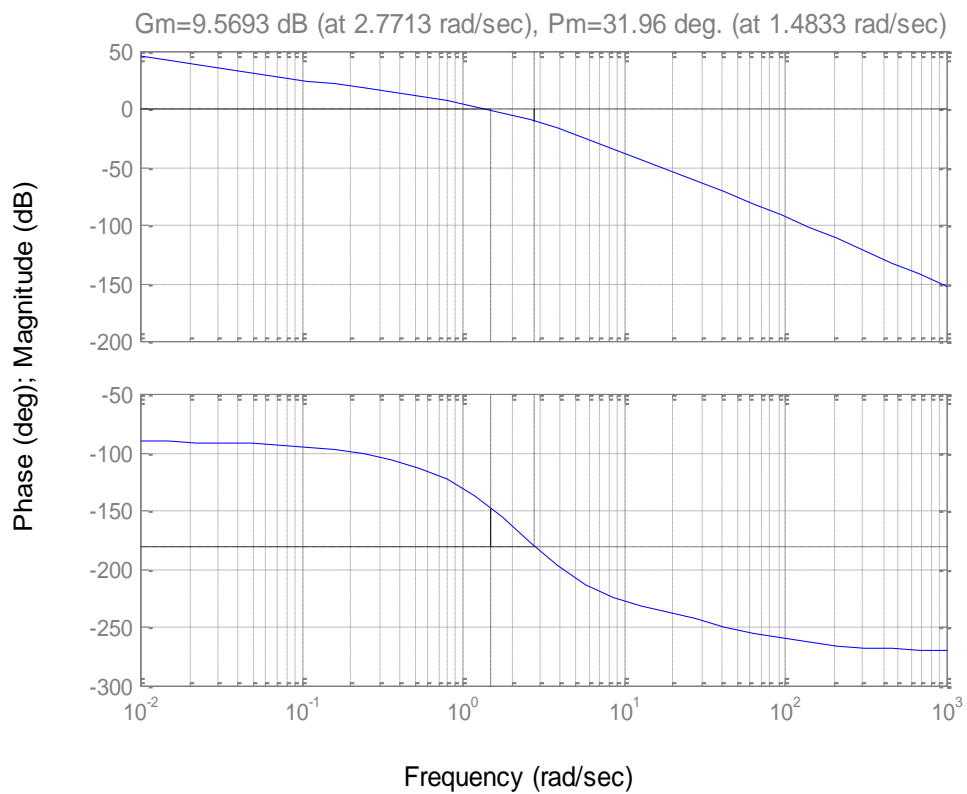
שרטוט גרף מופע לפי הפונקציה הבאה:

$$GH_{(j\omega)} = \frac{24}{(j\omega)(2+j\omega)(6+j\omega)} \cdot \frac{(10+j\omega)^2}{(3.82+j\omega)(26.8+j\omega)}$$

$$\theta_\omega = -90^\circ + 2 \tan^{-1} \frac{\omega}{10} - \tan^{-1} \frac{\omega}{2} - \tan^{-1} \frac{\omega}{6} - \tan^{-1} \frac{\omega}{3.82} - \tan^{-1} \frac{\omega}{26.8}$$

ω	0	0.1	0.4	1	$\omega_1 = 1.48$	$\omega_\pi = 2.77$	10	40	100	∞
θ	-90	-94.4	-107	-131	-148	-180	-227	-247	-259	-270
GH					0db	9.6db				

Bode Diagrams



עודף הגבר: 9.6db
עודף מופע 32 מעלות